

EJEMPLO N°9

Cálculo de solicitaciones requeridas en columnas de pórtico no arriostrado (de nudos desplazables). Cálculo de los factores de longitud efectiva k de columnas de pórtico no arriostrado (de nudos desplazables).

Aplicación de capítulos A, C y Comentarios Capítulo C.

Enunciado

A) Determinar las solicitaciones requeridas en las columnas del pórtico desplazable de la Figura Ej.9-1, sometido a las acciones de peso propio(D), sobrecarga de cubierta (L_r) y viento (W) sobre la cubierta y las paredes laterales (Figuras Ej.9-2a,Ej.9-2b,Ej.9-2c y Ej.9-2d).

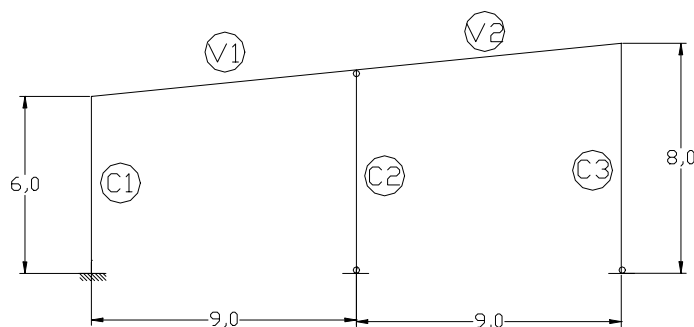


Figura Ej.9-1

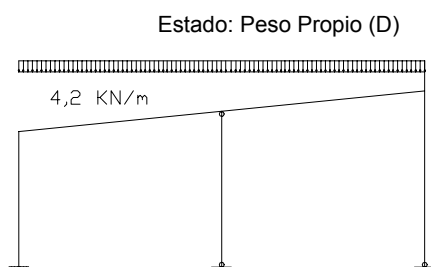


Figura Ej.9-2-a

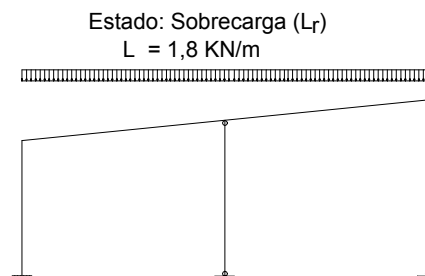


Figura Ej.9-2-b

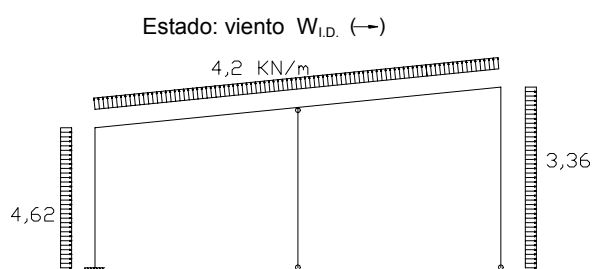


Figura Ej.9-2-c

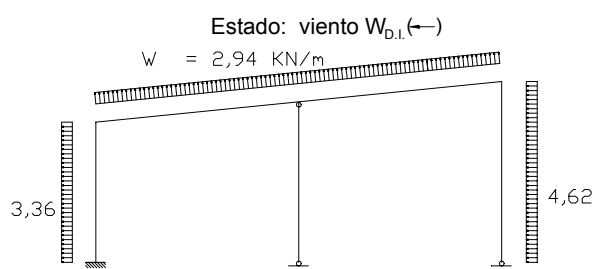


Figura Ej.9-2-d

De acuerdo al capítulo A (sección A.4.2), la resistencia requerida surge de la combinación crítica de las siguientes combinaciones de acciones:

- 1,4 D (A.4-1)
- 1,2 D + 1,6 L_r (A.4-3)
- 1,2 D ± 1,3 W + 0,5 L_r (A.4-4)
- 0,9 D - 1,3 W (A.4-6)

Las combinaciones A.4-2 y A.4.5 no son aplicables pues no actúan las acciones L y E .

De acuerdo a la sección C.1 se aplica el análisis global elástico y se resuelve el pórtico hiperestático para los cuatro estados de carga nominales solicitantes:

- (1) Peso Propio D
- (2) Sobrecarga de cubierta L_r
- (3) Viento W en sentido (I.D.: izquierda-derecha) →
- (4) Viento W en sentido (D.I.: derecha-izquierda) ←

Los momentos de inercia de las columnas C1, C3 y las vigas V1 y V2 se plantean de forma relativa para la resolución del pórtico desplazable: (ver Figura Ej.9-3)

$$I_{c1} = 1,5 I, I_{c3} = I, I_{v1} = I_{v2} = I$$

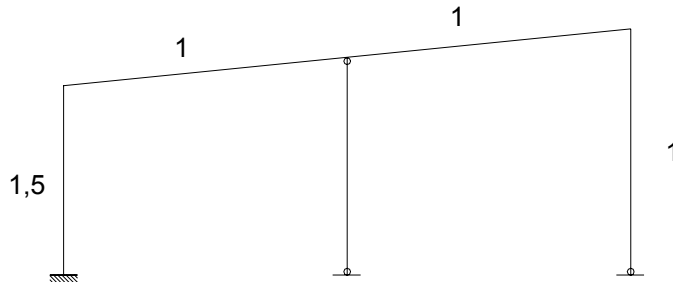


Figura Ej.9-3
Relación de I

Se obtienen los siguientes diagramas de momento(M), corte(V) y normal (N) para los estados de carga nominales (ver Figura Ej.9-4).

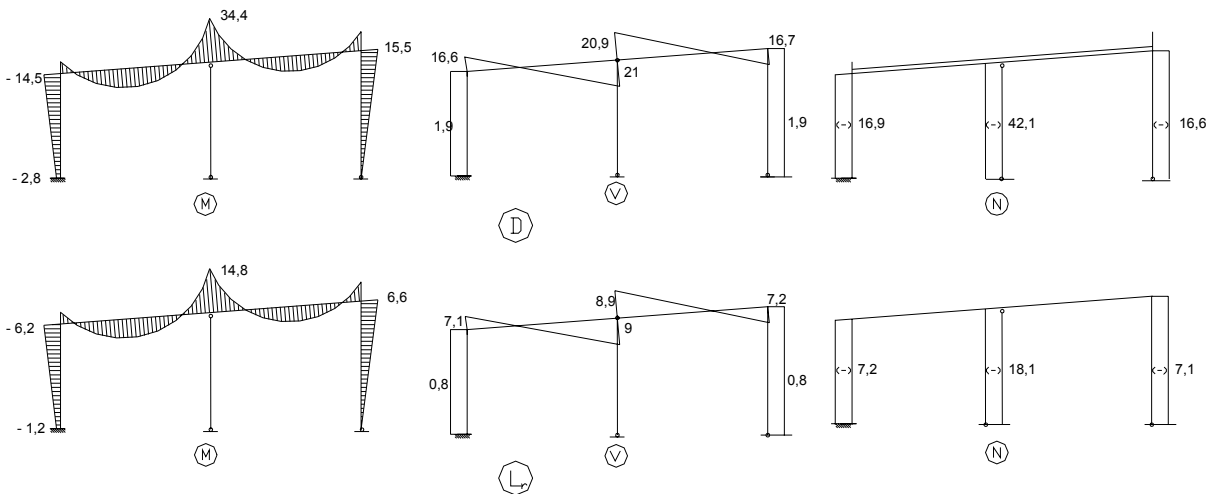


Figura Ej.9-4(a)

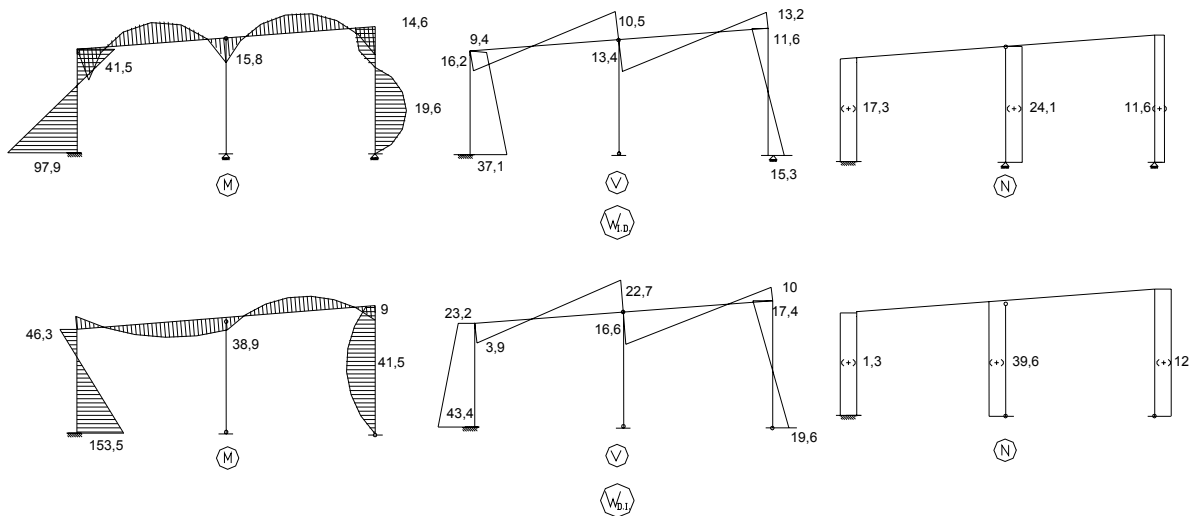


Figura Ej.9-4(b)

Se realizan las combinaciones de acciones para obtener cada resistencia requerida para cada elemento. Siendo el análisis de primer orden existe proporcionalidad entre cargas y resistencias requeridas.

Columna C1

$$N_1 = 1,4 \cdot (-16,9) = -23,66 \text{ kN}$$

$$M_1 = 1,4 \cdot (-14,5) = -20,3 \text{ kN.m.} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$V_1 = 1,4 \cdot (-1,9) = -2,66 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$N_2 = 1,2 \cdot (-16,9) + 1,6 \cdot (-7,2) = -31,80 \text{ kN}$$

$$M_2 = 1,2 \cdot (-14,5) + 1,6 \cdot (-6,2) = -27,32 \text{ kN.m.} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$V_2 = 1,2 \cdot (-1,9) + 1,6 \cdot (-0,8) = -3,56 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$M_2 = 1,2 \cdot (-2,8) + 1,6 \cdot (-1,2) = -5,28 \text{ kN.m.} \quad (\text{en apoyo inferior})$$

$$V_2 = 1,2 \cdot (-1,9) + 1,6 \cdot (-0,8) = -3,56 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo inferior})$$

$$N_{3ID} = 1,2 \cdot (-16,9) + 1,3 \cdot (17,3) + 0,5 \cdot (-7,2) = -1,39 \text{ kN}$$

$$M_{3ID} = 1,2 \cdot (-14,5) + 1,3 \cdot (41,5) + 0,5 \cdot (-6,2) = 33,45 \text{ kN.m} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$V_{3ID} = 1,2 \cdot (-1,9) + 1,3 \cdot (9,4) + 0,5 \cdot (-0,8) = 9,54 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$M_{3ID} = 1,2 \cdot (-2,8) + 1,3 \cdot (-97,9) + 0,5 \cdot (-1,2) = -131,23 \text{ kN.m} \quad (\text{en apoyo inferior})$$

$$V_{3ID} = 1,2 \cdot (-1,9) + 1,3 \cdot (37,1) + 0,5 \cdot (-0,8) = 45,55 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo inferior})$$

$$N_{3DI} = 1,2 \cdot (-16,9) + 1,3 \cdot (1,3) + 0,5 \cdot (-7,2) = -22,19 \text{ kN}$$

$$M_{3DI} = 1,2 \cdot (-14,5) + 1,3 \cdot (-46,3) + 0,5 \cdot (-6,2) = -80,69 \text{ kN.m} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$V_{3DI} = 1,2 \cdot (-1,9) + 1,3 \cdot (-23,2) + 0,5 \cdot (-0,8) = -32,84 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$M_{3DI} = 1,2 \cdot (-2,8) + 1,3 \cdot (153,5) + 0,5 \cdot (-1,2) = 195,59 \text{ kN.m} \quad (\text{en apoyo inferior})$$

$$V_{3DI} = 1,2 \cdot (-1,9) + 1,3 \cdot (-43,4) + 0,5 \cdot (-0,8) = -59,10 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo inferior})$$

$$N_{4ID} = 0,9 \cdot (-16,9) + 1,3 \cdot (17,3) = 7,28 \text{ kN}$$

$$M_{4ID} = 0,9 \cdot (-14,5) + 1,3 \cdot (41,5) = 40,9 \text{ kN.m} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$V_{4ID} = 0,9 \cdot (-1,9) + 1,3 \cdot (9,4) = 10,51 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$M_{4ID} = 0,9 \cdot (-2,8) + 1,3 \cdot (-97,9) = -129,79 \text{ kN.m} \quad (\text{en apoyo inferior})$$

$$V_{4ID} = 0,9 \cdot (-1,9) + 1,3 \cdot (37,1) = 46,52 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo inferior})$$

$$N_{4DI} = 0,9 \cdot (-16,9) + 1,3 \cdot (1,3) = \mathbf{-13,52 \text{ kN}}$$

$$M_{4DI} = 0,9 \cdot (-14,5) + 1,3 \cdot (-46,3) = -73,24 \text{ kN.m} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$V_{4DI} = 0,9 \cdot (-1,9) + 1,3 \cdot (-23,2) = -31,87 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$M_{4Di} = 0,9 \cdot (-2,8) + 1,3 \cdot (153,5) = \mathbf{197,03 \text{ kN.m}}$$

$$V_{4Di} = 0,9 \cdot (-1,9) + 1,3 \cdot (-43,4) = -58,13 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo inferior})$$

Columna C2

$$N_1 = 1,4 \cdot (-42,1) = -58,94 \text{ kN}$$

$$N_2 = 1,2 \cdot (-42,1) + 1,6 \cdot (-18,1) = \mathbf{-79,48 \text{ kN}}$$

$$N_{3ID} = 1,2 \cdot (-42,1) + 1,3 \cdot (24,1) + 0,5 \cdot (-18,1) = -28,24 \text{ kN}$$

$$N_{3DI} = 1,2 \cdot (-42,1) + 1,3 \cdot (39,6) + 0,5 \cdot (-18,1) = -8,09 \text{ kN}$$

$$N_{4ID} = 0,9 \cdot (-42,1) + 1,3 \cdot (24,1) = -6,56 \text{ kN}$$

$$N_{4DI} = 0,9 \cdot (-42,1) + 1,3 \cdot (39,6) = \mathbf{+13,59 \text{ kN}}$$

Columna C3

$$N_1 = 1,4 \cdot (-16,6) = -23,24 \text{ kN}$$

$$M_1 = 1,4 \cdot (15,5) = 21,7 \text{ kN.m.} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$V_1 = 1,4 \cdot (1,9) = 2,66 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$N_2 = 1,2 \cdot (-16,6) + 1,6 \cdot (-7,1) = \mathbf{-31,28 \text{ kN}}$$

$$M_2 = 1,2 \cdot (15,5) + 1,6 \cdot (6,6) = \mathbf{29,16 \text{ kN.m.}} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$V_2 = 1,2 \cdot (1,9) + 1,6 \cdot (0,8) = 3,56 \text{ kN} \quad (\text{en apoyo superior})$$

$$N_{3ID} = 1,2 \cdot (-16,6) + 1,3 \cdot (11,6) + 0,5 \cdot (-7,1) = -8,39 \text{ kN}$$

$$M_{3ID} = 1,2 \cdot (7,8) + 1,3 \cdot (19,6) + 0,5 \cdot (3,3) = 36,49 \text{ kN.m} \quad (\text{en centro de tramo})$$

$$V_{3ID} = 1,2 \cdot (1,9) + 1,3 \cdot (-1,8) + 0,5 \cdot (0,8) = 0,34 \text{ kN} \quad (\text{en centro de tramo})$$

$$N_{3Di} = 1,2 \cdot (-16,6) + 1,3 \cdot (12) + 0,5 \cdot (-7,1) = \mathbf{-7,87 \text{ kN}}$$

$$M_{3Di} = 1,2 \cdot (7,8) + 1,3 \cdot (-41,5) + 0,5 \cdot (3,3) = \mathbf{-42,94 \text{ kN.m}}$$

$$V_{3Di} = 1,2 \cdot (1,9) + 1,3 \cdot (-1,1) + 0,5 \cdot (0,8) = 1,25 \text{ kN} \quad (\text{en centro de tramo})$$

$$N_{4ID} = 0,9 \cdot (-16,6) + 1,3 \cdot (11,6) = 0,14 \text{ kN}$$

$$M_{4ID} = 0,9 \cdot (7,8) + 1,3 \cdot (19,6) = 32,5 \text{ kN.m} \quad (\text{en centro de tramo})$$

$$V_{4ID} = 0,9 \cdot (1,9) + 1,3 \cdot (-1,8) = -0,63 \text{ kN} \quad (\text{en centro de tramo})$$

$$N_{4Di} = 0,9 \cdot (-16,6) + 1,3 \cdot (12) = \mathbf{0,66 \text{ kN}}$$

$$M_{4Di} = 0,9 \cdot (7,8) + 1,3 \cdot (-41,5) = \mathbf{-46,93 \text{ kN.m}}$$

$$V_{4Di} = 0,9 \cdot (1,9) + 1,3 \cdot (-1,1) = 0,28 \text{ kN} \quad (\text{en centro de tramo})$$

Las solicitaciones momento-normal que se deberán analizar para el dimensionamiento y la verificación están indicados con letra negrita para cada columna.

Enunciado

B) Determinar el factor de longitud efectiva k de de las columnas C1 y C3 para las combinaciones más desfavorables.

De acuerdo a los Comentarios del Capítulo C, se determinará la longitud efectiva de las columnas C1 y C3 mediante el uso del nomograma de la figura C-C.2-2 para la determinación de k .

Además se realizarán las correcciones necesarias de acuerdo a las diferencias que tenga la columna con las condiciones ideales de aplicación del nomograma.

Estando las columnas sujetas a momentos flexores importantes su dimensión estará en general muy influenciada por ellos por lo que la tensión media debida a la fuerza normal de compresión (P_u/A_g) será baja. Por ello no se analiza la corrección por elasticidad pues seguramente resultará $\beta = 1$ en todos los casos.

COMBINACION 1: 1,4 D

- **Columna C1**

$N_1 = 23,66$ kN (compresión)

- **Corrección por giros extremos de la viga.**

Se utiliza la metodología de la Sección C.2 de los Comentarios.

Si aplicamos una carga unitaria horizontal al pórtico desplazable se obtienen los momentos en los nudos superiores (ver Figura Ej.9-5).

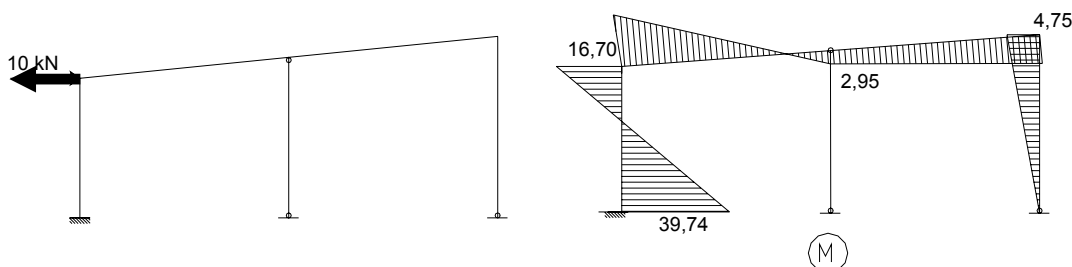


Figura Ej.9-5
Carga unitaria

Se corrige el corrimiento de los nudos a través de una longitud ficticia de la viga:

$$L'_g = L_g \cdot [2 - M_F / M_N]$$

Siendo:

- L'_g = longitud ficticia de la viga
- L_g = longitud real de la viga = 9,055 m
- M_N = Momento extremo más cercano a la columna
- M_F = Momento extremo más alejado a la columna

$$M_N = 16,7$$

$$M_F = 2,95$$

$$\frac{M_F}{M_N} = 0,177$$

$$L'_g = 9,055 \cdot (2 - 0,177) = 16,51 \text{ m}$$

- **Cálculo de k con nomograma C-C.2-2**

Como el apoyo inferior está empotrado $G_A = 1$

El nudo superior tiene un coeficiente G_B que depende de las rigideces relativas de la viga V1 y la columna C1.

Los momentos de inercia son: $I_{c1} = 1,5 I$ (columna C1) y $I_{v1} = I$ (viga V1) y las longitudes $L_{c1} = 6 \text{ m}$ y $L_{v1} = L'_g = 16,51 \text{ m}$.

Entonces G_B es igual a:

$$G_B = \frac{\sum \left(\frac{I_c}{L_c} \right)}{\sum \left(\frac{I_g}{L_g} \right)} = \frac{I_{c1} \cdot L_{v1}}{I_{v1} \cdot L_{c1}} = \frac{1,5 \cdot I \cdot 16,51}{I \cdot 6,0} = 4,13$$

El coeficiente k obtenido del nomograma (para desplazamiento lateral permitido, ábaco b) para $G_A=1$ y $G_B=4,13$ es **k=1,64**

- **Columna C3**

$N_3 = 22,19 \text{ kN}$ (compresión)

- **Corrección por giros extremos de la viga.**

Se corrige el corrimiento de los nudos a través de una longitud ficticia de la viga:

$$M_N = -4,75$$

$$M_F = -2,95$$

$$\frac{M_F}{M_N} = 0,62$$

$$L'_g = 9,055 \cdot (2 - 0,62) = 11,23 \text{ m}$$

- **Cálculo de k con ábaco C-C.2-2**

Como el apoyo inferior está articulado $G_A = 10$

El nudo superior tiene un coeficiente G_B que depende de las rigideces relativas de la viga V2 y la columna C3.

Los momentos de inercia son: $I_{c3} = 1 I$ (columna C3) y $I_{v2} = I$ (viga V2) y las longitudes $L_{c1} = 6 \text{ m}$ y $L_{v1} = L'_g = 11,23 \text{ m}$.

Entonces G_B es igual a:

$$G_B = \frac{\sum \left(\frac{I_c}{L_c} \right)}{\sum \left(\frac{I_g}{L_g} \right)} = \frac{I_{c1} \cdot L_{v1}}{I_{v1} \cdot L_{c1}} = \frac{.I. 11,23}{I. 6,0} = 1,87$$

El coeficiente k obtenido del nomograma (para desplazamiento lateral permitido, ábaco b) para $G_A=10$ y $G_B=1,87$ es **$k=2,04$**

- **Columna C1 y C3**

- Corrección por diferencia de rigidez y pandeo no simultáneo de las columnas.

Se determina el factor de longitud efectiva corregido por estabilidad k'_i para las columnas C_1 y C_3 , utilizando el método del pandeo de piso:

$$k' = \sqrt{\frac{P_e \cdot (\sum P_u)}{P_u \cdot (\sum P_{e2})}} \quad (\text{C - C.2 - 6})$$

Siendo $P_e = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$, para la columna que aporta rigidez lateral analizada

I = momento de inercia de columna rígida

L = altura de piso

P_{ui} = resistencia requerida a compresión axil para la columna rígida i

$P_{u2} = 58,94$ (Para C_2) columna sin rigidez lateral

$P_{ui} = N_1 = 23,66$ kN (para $C1$) ; $P_{ui} = N_3 = 23,24$ kN (para $C3$)

$\sum P_u$ = resistencia a compresión axil para todas las columnas del piso

$\sum P_u = 23,66 + 58,94 + 23,24 = 105,84$ kN

$\sum P_{e2} = \sum (A_g \cdot F_y \cdot (10^{-1}) / \lambda_c^2) = \sum \{\pi^2 \cdot E \cdot I \cdot 10^{-1} / (k \cdot L)^2\}$, donde λ_c es el factor de esbeltez adimensional, calculado usando el factor de longitud efectiva k en el plano de flexión. k se determinará para el pórtico no arriostrado según lo especificado en la Sección C.2.2.

Para la $C1$, el factor corregido resulta:

$$P_e = \frac{\pi^2 \cdot 200\,000 \cdot 1,5 \cdot I}{600^2} \cdot 10^{-1} = 0,8225 \cdot I$$

$$\sum P_{e2} = \frac{\pi^2 \cdot 200\,000 \cdot 1,5 \cdot I}{(1,64 \cdot 600)^2} \cdot 10^{-1} + \frac{\pi^2 \cdot 200\,000 \cdot I}{(2,04 \cdot 800)^2} \cdot 10^{-1} = 0,3799 \cdot I$$

$$k'_{C1} = \sqrt{\frac{0,8225 \cdot I \cdot 105,84}{23,66 \cdot 0,3799 \cdot I}} = 3,11$$

Para la C3, resulta entonces:

$$P_e = \frac{\pi^2 \cdot 200\,000 \cdot 1,0 \cdot I}{800^2} \cdot 10^{-1} = 0,3084 \cdot I$$

$$\Sigma P_{e2} = 0,3799 \cdot I$$

$$k'_{C3} = \sqrt{\frac{0,3084 \cdot I}{23,24} \cdot \frac{105,84}{0,3799 \cdot I}} = 1,923$$

COMBINACION 2: 1,2 D + 1,6 L_r

Se conserva la misma relación de cargas P_{ui} , por lo tanto la obtención del factor corregido será el mismo.

COMBINACION 3: 1,2 D + 1,3 W + 0,5 L_r (con viento I.D.)

- Corrección por diferencia de rigidez y pandeo no simultáneo de las columnas.

$P_{u2} = 24,24$ (Para C_2) columna sin rigidez lateral

$P_{ui} = N_1 = 1,39$ kN (para C_1) ; $P_{ui} = N_3 = 8,39$ kN (para C_3)

$\Sigma P_u = 1,39 + 28,24 + 8,39 = 38,02$ kN

Para la C1, el factor corregido resulta:

$$P_e = \frac{\pi^2 \cdot 200\,000 \cdot 1,5 \cdot I}{600^2} \cdot 10^{-1} = 0,8225 \cdot I$$

$$\Sigma P_{e2} = \frac{\pi^2 \cdot 200\,000 \cdot 1,5 \cdot I}{(1,64 \cdot 600)^2} \cdot 10^{-1} + \frac{\pi^2 \cdot 200\,000 \cdot I}{(2,04 \cdot 800)^2} \cdot 10^{-1} = 0,3799 \cdot I$$

$$k'_{C1} = \sqrt{\frac{0,8225 \cdot I}{1,39} \cdot \frac{38,02}{0,3799 \cdot I}} = 7,7$$

Para la C3, resulta entonces:

$$P_e = \frac{\pi^2 \cdot 200\,000 \cdot 1,0 \cdot I}{800^2} \cdot 10^{-1} = 0,3084 \cdot I$$

$$\Sigma P_{e2} = 0,3799 \cdot I$$

$$k'_{C3} = \sqrt{\frac{0,3084 \cdot I}{8,39} \cdot \frac{38,02}{0,3799 \cdot I}} = 1,92$$

COMBINACION 3: 1,2 D + 1,3 W + 0,5 L_r (con viento D.I.)

- Corrección por diferencia de rigidez y pandeo no simultáneo de las columnas.

$P_{u2} = 8,09$ (Para C_2) columna sin rigidez lateral

$P_{ui} = N_1 = 22,19$ kN (para $C1$) ; $P_{ui} = N_3 = 7,87$ kN (para $C3$)

$\Sigma P_u = 22,19 + 8,09 + 7,87 = 38,15$ kN

Para la $C1$, el factor corregido resulta:

$$P_e = \frac{\pi^2 \cdot 200\,000 \cdot 1,5 \cdot I}{600^2} \cdot 10^{-1} = 0,8225 \cdot I$$

$$\Sigma P_{e2} = 0,3799 \cdot I$$

$$k'_{C1} = \sqrt{\frac{0,8225 \cdot I}{22,19} \cdot \frac{38,15}{0,3799 \cdot I}} = 1,93$$

Para la $C3$, resulta entonces:

$$P_e = \frac{\pi^2 \cdot 200\,000 \cdot 1,0 \cdot I}{800^2} \cdot 10^{-1} = 0,3084 \cdot I$$

$$\Sigma P_{e2} = 0,3799 \cdot I$$

$$k'_{C3} = \sqrt{\frac{0,3084 \cdot I}{7,87} \cdot \frac{38,15}{0,3799 \cdot I}} = 1,98$$

