

CORTE EN ELEMENTOS PRETENSADOS

Expresiones generales para el dimensionamiento y verificación de piezas pretensadas

11.1.- Generalidades

Las piezas sometidas a esfuerzos de corte deben verificar la condición resistente dada por:

$$V_u \leq \phi \cdot V_n \quad \text{con} \quad (\text{CIRSOC 201-2005, artículos 9.1.1 y 11.1.1})$$

V_u = Resistencia requerida calculada para cargas mayoradas

V_n = Resistencia nominal de la sección

ϕ = Coeficiente de reducción de resistencia en función del tipo de rotura:

$$\phi = 0,75 \quad (\text{CIRSOC 201-2005, artículo 9.3.2.3})$$

11.2.- Expresión general de cálculo y verificación

La expresión genérica de resistencia nominal que da el CIRSOC 201-2005 es del tipo aditivo, es decir, que se obtiene como suma de las colaboraciones del hormigón y el acero:

$$V_u \leq \phi \cdot V_n = \phi \cdot [V_c + V_s] = 0,75 \cdot [V_c + V_s]$$

donde:

V_c = Resistencia al corte aportada por el hormigón

V_s = Contribución de las armaduras (estribos y barras dobladas)

ϕ = Coeficiente de reducción de resistencia = 0,75

“ V_u ” es el esfuerzo de corte solicitante calculado para las cargas mayoradas, determinado a una distancia no menor que “ $h/2$ ” del filo del apoyo (CIRSOC 201-2005, artículo 11.1.3.2), siempre que se cumplan las siguientes condiciones:

- Que el apoyo sea directo, es decir, que la reacción de apoyo introduzca compresiones en la cara (generalmente inferior) del elemento.
- Que las cargas se apliquen superiormente (no “colgadas”).
- Que no existan fuerzas concentradas significativas a una distancia del filo del apoyo menor que “ $h/2$ ”.

En caso de que no se cumpla alguna de las condiciones enunciadas, se debe dimensionar con el corte correspondiente al filo del apoyo.

11.3.- Determinación de V_c

El CIRSOC 201-2005, artículos 11.4.2 y 11.4.3, brinda dos tipos de expresiones para evaluar " V_c ", simplificada y general. En estos ejemplos se utilizará solamente la expresión simplificada.

Como en elementos no pretensados, se limita: $\sqrt{f'_c} \leq 8,3\text{MPa}$ (CIRSOC 201-2005, artículo 11.1.2)

La siguiente expresión simplificada puede utilizarse siempre que la fuerza efectiva de pretensado sea mayor o igual que el 40% de la resistencia a tracción de la armadura de flexión (CIRSOC 201-2005, art. 11.4.2 (Exp 11-9)).

$$V_c = (f'_c{}^{1/2} / 20 + 5 \cdot V_u \cdot d_p / M_u) \cdot b_w \cdot d \quad \left\{ \begin{array}{l} \geq f'_c{}^{1/2} \cdot b_w \cdot d / 6 \\ \leq 0,40 \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot b_w \cdot d \quad \text{ó el valor} \\ \text{dado en los artículos 11.4.4 u 11.4.5} \\ \text{del Reglamento} \end{array} \right.$$

en la expresión anterior se debe considerar: $V_u \cdot d_p / M_u \leq 1,0$

donde: M_u = Momento mayorado simultáneo con V_u en la sección analizada
 d_p = Distancia desde la fibra más comprimida por el momento exterior hasta el baricentro de la armadura de pretensado

El valor anterior de " V_c " presenta asimismo un valor tope cuando en un elemento pretensado la sección ubicada a una distancia " $h/2$ " de la cara del apoyo se encuentra más cerca del extremo del elemento que la longitud de transferencia del acero de pretensado (se trata de elementos pretensados por adherencia). En estos casos se debe considerar una reducción en la fuerza de pretensado para la determinación del valor " V_{cw} " que se utiliza como tope de " V_c " y cuyo cálculo se verá a continuación. (CIRSOC 201-2005, artículo 11.4.4)

Cuando el pretensado es por adherencia, se define la longitud de transferencia como la longitud existente entre el extremo del elemento, donde la tensión en el cable es igual a cero, hasta el punto del cable donde el pretensado es totalmente efectivo. Se debe suponer que la fuerza de pretensado varía linealmente desde cero en el extremo del acero de pretensado hasta un valor máximo que se ubica a una distancia, a partir del extremo del acero de pretensado, igual a la longitud de transferencia que se supone de 50 diámetros para los cordones y de 100 diámetros para los alambres individuales. (CIRSOC 201-2005, artículo 11.4.4)

$$V_{cw} = 0,30 \cdot (f'_c{}^{1/2} + f_{pc}) \cdot b_w \cdot d_p + V_p \quad (\text{CIRSOC 201-2005, art. 11.4.3.2 (Exp 11-12)})$$

donde:

f_{pc} = Tensión de compresión en el hormigón a nivel del centro de gravedad de la sección que resiste las cargas exteriores luego de ocurridas las pérdidas o bien a nivel de la unión entre el alma y el ala en aquellas secciones en que el centro de gravedad cae dentro de las alas

- V_p = Componente vertical de la fuerza efectiva de pretensado (sólo en aquellos casos en que el cable es poligonal o de trazado curvo)
- d_p = Distancia desde la fibra más comprimida por el momento exterior hasta el baricentro de la armadura de pretensado pero no debe ser menor que $0,80 \cdot h$ (CIRSOC 201-2005, artículo 11.4.3.2)

11.4.- Determinación de V_s

La evaluación de " V_s " se hace directamente a partir del equilibrio de una fisura supuesta a 45° . Aún cuando, debido a las situaciones particulares ya descritas, se deba dimensionar con el valor del corte en el filo del apoyo, el equilibrio de la fisura a 45° puede ser planteado de igual manera ya que la rotura en cualquier caso se producirá a partir de una fisura inclinada.

El criterio de colaboración es simple: las armaduras que contribuyen al equilibrio son todas aquellas que cosen a la fisura en estudio, con la salvedad de que en las barras dobladas solamente se consideran efectivos las 3/4 partes centrales del tramo inclinado (CIRSOC 201-2005, artículo 11.5.7.7), más adelante se verá en detalle.

Finalmente " V_s " puede escribirse como:

$$V_s = V_s \text{ (estribos verticales)} + V_s \text{ (armadura inclinada)}$$

11.4.1.- V_s para estribos verticales

$$V_s = \frac{A_v \cdot d \cdot f_{yt}}{s} \quad (\text{CIRSOC 201-2005, artículo 11.5.7.2})$$

donde:

- d = Altura útil de la sección pero no menor que $0,80 \cdot h$
- s = Separación entre planos de estribado medida sobre el eje de la pieza
- f_{yt} = Tensión de fluencia especificada para el acero de los estribos
- A_v = Área de acero contenida en un plano de estribado = $n \cdot A_{1v}$
- n = Número de ramas
- A_{1v} = Área de una de las ramas de estribo contenida en el plano de estribado

Si una misma fisura cortara estribos de diferentes diámetros y/o con diferentes separaciones, sencillamente se reemplaza el cociente " A_v / s " por la sección total de armadura vertical que corta a la fisura en una longitud " d ".

11.4.2.- V_s para barras dobladas y/o cables curvos

Respecto a las barras dobladas vale lo visto en los ejemplos resueltos para hormigón no pretensado. Aquí no volveremos sobre el tema porque en elementos pretensados no es común el uso de barras dobladas.

Las armaduras de pretensado raramente pueden considerarse como parte de la armadura de alma dado que el reglamento no admite la colaboración de armaduras con una inclinación menor que 30° respecto a la horizontal.

11.4.3.- Limitación de V_s total

Tal como en elementos no pretensados, el CIRSOC 201-2005 no especifica una verificación directa de la fisuración del alma por efecto del corte ni de la resistencia de las bielas comprimidas, pero sí existe una verificación indirecta a través de la limitación al aporte de la armadura total al " V_n " de la fisura. Debe cumplirse:

$$V_s \leq \frac{2}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{CIRSOC 201-2005, artículo 11.5.7.9})$$

11.4.4.- Estribado mínimo

Para elementos pretensados con una fuerza de pretensado efectiva mayor o igual que el 40% de la resistencia a la tracción de la armadura de flexión el CIRSOC 201-2005, artículos 11.5.6.3 y 11.5.6.4, establece un área mínima de estribos dada por el menor valor entre (A) y (B):

$$\frac{A_v}{s} \geq \frac{1}{16} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w}{f_{yt}} \geq 0,33 \cdot \frac{b_w}{f_{yt}} \quad (\text{A})$$

lo que equivale a decir que, a los efectos prácticos:

$$\text{Si } f'_c < 30 \text{ MPa} \quad \frac{A_v}{s} \geq 0,33 \cdot \frac{b_w}{f_{yt}}$$

$$\text{Si } f'_c \geq 30 \text{ MPa} \quad \frac{A_v}{s} \geq \frac{1}{16} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w}{f_{yt}}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{A_{ps} \cdot f_{pu}}{80 \cdot f_{yt} \cdot d} \cdot \sqrt{\frac{d}{b_w}} \quad (\text{B})$$

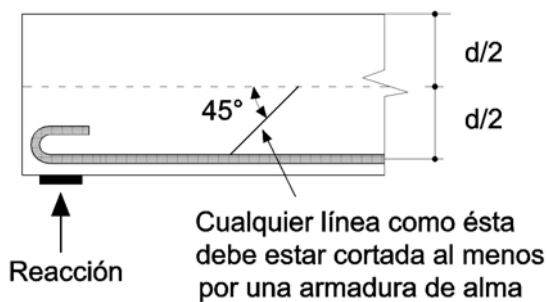
En la expresión (B), "d" es la altura útil de la sección pero no menor que $0,80 \cdot h$

Las áreas anteriores, por unidad de longitud, son válidas sólo si no existen o son despreciables los efectos de torsión.

11.4.5.- Separación máxima de armaduras de alma

Respecto a la presencia y separación de las armaduras de alma el CIRSOC 201-2005, artículos 11.5.5.1 a 11.5.5.3, indica que:

11.4.5.1.- Cualquier línea con las siguientes características:



- 1) Un extremo sobre la armadura principal de tracción
- 2) El otro extremo a "d/2" de la fibra de hormigón más comprimida
- 3) Pendiente 45°
- 4) El extremo inferior es el más próximo a la reacción que define el corte de proyecto

Debe ser cortada por, al menos, una línea de armadura de alma.

11.4.5.2.- Separación máxima para estribos normales al eje del elemento

$$\text{Si: } V_s \leq \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad s \leq \begin{cases} (3/4) \cdot h \\ 400 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\text{Si: } V_s > \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad s \leq \begin{cases} (3/8) \cdot h \\ 200 \text{ mm} \end{cases}$$

11.4.6.- Elementos sin armadura de alma

Si bien en nuestro medio no es común aceptar vigas sin armaduras de alma (aunque sí losas y zapatas sin armaduras de alma), el CIRSOC 201-2005, artículo 11.5.6.1, indica que si se cumplen algunos requisitos es admisible no colocar armadura de alma. Estos requisitos son:

$$V_u \leq \phi \cdot V_c / 2$$

Vigas cuya altura total verifique que: $h \leq$ máximo (250 mm ; $2,5 \cdot h_f$; $0,5 \cdot b_w$)

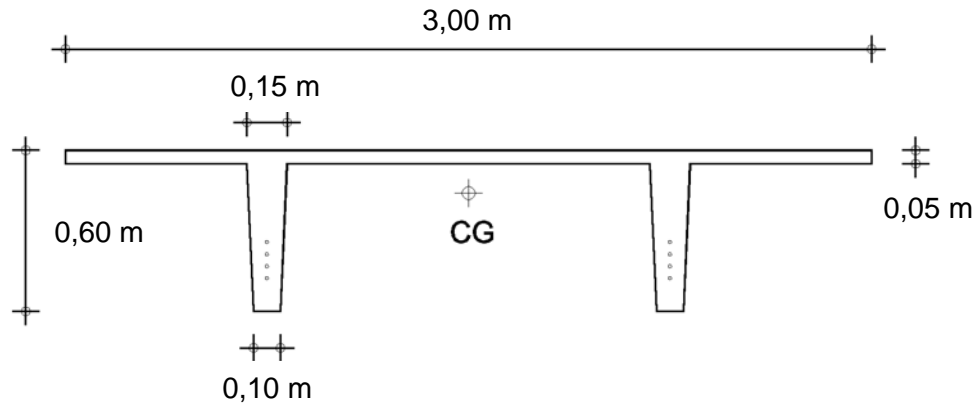
donde "h_f" es la altura del ala en vigas tipo "L" ó "T".

Se transcribe a continuación el comentario C11.5.6.1 del CIRSOC 201-2005: "Aún cuando el esfuerzo de corte mayorado total V_u , sea menor que la mitad (1/2) de la resistencia al corte proporcionada por el hormigón $\phi \cdot V_c$, se recomienda la colocación de alguna armadura en el alma, sobre todo en la totalidad de las almas delgadas de elementos postesados de hormigón

CORTE EN ELEMENTOS PRETENSADOS – EJEMPLO

Ejemplo 11.I

Enunciado: Determinar las armaduras de corte para el siguiente elemento prefabricado que será utilizado como parte de una cubierta para una nave industrial. El elemento será pretensado en banco y los elementos tensores serán rectos.



Materiales:

- Hormigón: H-35 ($f'_c = 35 \text{ MPa}$)
 $E_c = 4700 \cdot f'_c{}^{1/2} = 27806 \text{ MPa}$
 $f'_{ci} = 24,5 \text{ MPa}$ (en el momento del tesado)
 $E_{ci} = 4700 \cdot f'_{ci}{}^{1/2} = 23264 \text{ MPa}$
 $\gamma_H = 25 \text{ kN/m}^3$
- Acero:
 - Armaduras pasivas: ADN 420 ($f_y = f_{yt} = 420 \text{ MPa}$)
 - Armaduras activas: C-1900 Grado 270
 $d_{\text{nominal}} = 12,7 \text{ mm}$
 Tipo: cordón baja relajación
 $f_{pu} = 1864 \text{ MPa}$
 $f_{py} = 1682 \text{ MPa}$
 $E_{ps} = 195000 \text{ MPa}$
 Elementos tensores rectos

Sección transversal:

A_g	= sección bruta	= 0,288 m ²
Perímetro		= 8,202 m
I_g	= momento de inercia	= 0,00914 m ⁴
y_{inf}	= dist. CG a borde inferior	= 0,44 m
y_{sup}	= dist. CG a borde sup.	= 0,16 m
W_{inf}	= mód. resist. borde inf.	= 0,0208 m ³
W_{sup}	= mód. resist. borde sup.	= 0,0571 m ³

Esquema y luz de cálculo:

Esquema: Viga simplemente apoyada
Luz entre ejes de apoyos: 15,00 m

Cargas exteriores:

t_{D1}	= permanentes en el momento del tesado	= 0,00 kN/m
t_{D2}	= permanentes luego del tesado	= 3,00 kN/m
t_{L1}	= parte de sobrecarga casi-permanente	= 0,00 kN/m
t_{L2}	= resto de sobrecarga	= 6,00 kN/m

$$P_e = \text{Fuerza de tesado efectiva (luego de pérdidas)} = 1032,9 \text{ kN}$$

$$e = \text{Excentricidad media de los elementos tensores} = 0,25 \text{ m}$$

Acero de pretensado (cordones $d_b = 12,7 \text{ mm}$): $8 \cdot 98,7 \text{ mm}^2 = 790 \text{ mm}^2$
 Acero pasivo: 2 d_b12 por nervio

Utilizar estribado uniforme

Resolución:

a) Esfuerzos de corte y momentos flectores concomitantes

$$t_{D0} = \text{peso propio de la sección de hormigón} = 25 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,288 \text{ m}^2 = 7,20 \text{ kN/m}$$

$$\text{Carga actuante en el momento del tesado} = t_{D0} + t_{D1} = 7,20 \text{ kN/m}$$

$$\text{Carga semi-permanente} = t_{D0} + t_{D1} + t_{D2} + t_{L1} = (7,20 + 3,00) \text{ kN/m} = 10,20 \text{ kN/m}$$

$$\text{Carga total máxima} = t_{D0} + t_{D1} + t_{D2} + t_{L1} + t_{L2} = (7,20 + 3,00 + 6,00) \text{ kN/m} = 16,20 \text{ kN/m}$$

$$\text{Carga mayorada: } w_u = 1,2 \cdot 10,20 \text{ kN/m} + 1,6 \cdot 6,00 \text{ kN/m} = 21,84 \text{ kN/m}$$

Llamando "x" a la distancia de una sección al eje del apoyo izquierdo se tiene:

$$\text{Esfuerzos de corte: } V_u(x) = w_u \cdot (L/2 - x)$$

$$\text{Momentos flectores: } M_u(x) = w_u \cdot x \cdot (L - x) / 2$$

b) Resistencia aportada por el hormigón

$$\text{Expresión (1): } V_c = (f'_c)^{1/2} / 20 + 5 \cdot V_u \cdot d_p / M_u \cdot b_w \cdot d \quad \text{con} \quad V_u \cdot d_p / M_u \leq 1$$

$$\text{Expresión (2): } f'_c)^{1/2} \cdot b_w \cdot d / 6$$

$$\text{Expresión (3): } 0,40 \cdot f'_c)^{1/2} \cdot b_w \cdot d$$

$$\text{Expresión (4): } V_{cw} = 0,30 \cdot (f'_c)^{1/2} + f_{pc} \cdot b_w \cdot d_p + V_p$$

- En las expresiones (1), (2) y (3), "d" es la distancia desde la fibra extrema comprimida hasta el baricentro de la armadura longitudinal traccionada tesa y no tesa, pero siempre deberá ser mayor o igual que $0,8 \cdot h$
- En la expresión (4), "d_p" será el mayor valor entre la distancia desde la fibra comprimida extrema hasta el baricentro de la armadura pretensada y $0,8 \cdot h = 0,48 \text{ m}$
- Se adopta un ancho medio: $b_w = 2 \cdot 0,125 \text{ m} = 0,25 \text{ m}$
- Al tener un cable recto se tiene: $V_p = 0$
- f_{pc} = Fuerza de pretensado luego de pérdidas / Sección de hormigón
- Se toma siempre (1) \leq mínimo [(3) ; (4)]
- Se puede tomar (1) \geq (2)
- Long. de transferencia = 50 diámetros del cordón = $50 \cdot 12,7 \text{ mm} = 635 \text{ mm}$ (0,635 m)
- En la longitud de transferencia se adopta una variación lineal de f_{pc}

c) Cálculo del estribado

$$V_n = V_u / \phi = V_u / 0,75 = V_c + V_s \quad \Rightarrow \quad V_s = V_n - V_c = n \cdot A_{1v} \cdot d \cdot f_{yt} / s$$

donde:

- n = número de ramas del estribado = 2 nervios · 1 rama por nervio = 2 ramas
- A_{1v} = área de una rama de estribo
- s = separación longitudinal entre estribos

d) Tablas resúmenes de operaciones

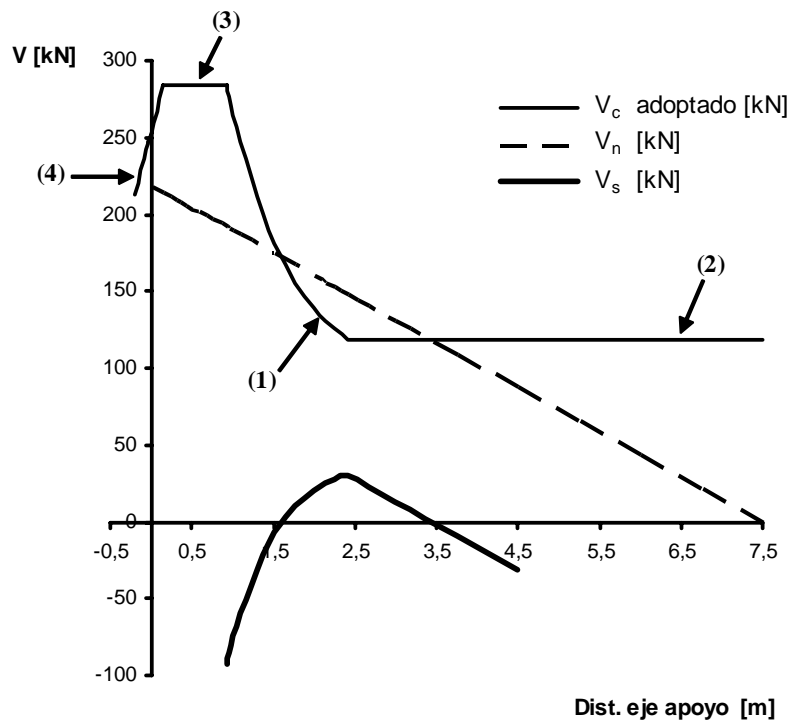
Sección	x [m]	V_u [kN]	M_u [kNm]	$V_u \cdot d / M_u$	$V_u \cdot d / M_u$ Adoptado
Extremo	-0,200	0,00	0,00	-----	1,000
Eje del apoyo	0,000	163,80	0,00	-----	1,000
h/2	0,300	157,25	48,16	1,3388	1,000
50 · d_b cordón	0,435	154,30	69,19	0,9144	0,914
1	0,750	147,42	116,71	0,5179	0,518
2	1,500	131,04	221,13	0,2430	0,243
3	2,250	114,66	313,27	0,1501	0,150
4	3,000	98,28	393,12	0,1025	0,103
5	3,750	81,90	460,69	0,0729	0,073
6	4,500	65,52	515,97	0,0521	0,052
7	5,250	49,14	558,97	0,0360	0,036
8	6,000	32,76	589,68	0,0228	0,023
9	6,750	16,38	608,11	0,0110	0,011
10	7,500	0,00	614,25	0,0000	0,000

Sección	V_c (1) [kN]	f_{pc} [MPa]	V_c (4) [kN]	V_c (3) [kN]	V_c (2) [kN]	V_c adopt	$V_n = V_u / \phi$	$V_s = V_n - V_c$
Extremo	635,50	0,00	212,98	283,97	118,32	212,98	0,00	-212,98
Eje del apoyo	635,50	1,13	253,64	283,97	118,32	253,64	218,40	-35,24
h/2	635,50	2,82	314,64	283,97	118,32	283,97	209,66	-74,31
50 · d_b cordón	584,12	3,59	342,09	283,97	118,32	283,97	205,73	-78,24
1	346,23	3,59	342,09	283,97	118,32	283,97	196,56	-87,41
2	181,27	3,59	342,09	283,97	118,32	181,27	174,72	-6,55
3	125,54	3,59	342,09	283,97	118,32	125,54	152,88	27,34
4	97,00	3,59	342,09	283,97	118,32	118,32	131,04	12,72
5	79,23	3,59	342,09	283,97	118,32	118,32	109,20	-9,12
6	66,73	3,59	342,09	283,97	118,32	118,32	87,36	-30,96
7	57,12	3,59	342,09	283,97	118,32	118,32	65,52	-52,80
8	49,16	3,59	342,09	283,97	118,32	118,32	43,68	-74,64
9	42,12	3,59	342,09	283,97	118,32	118,32	21,84	-96,48
10	35,50	3,59	342,09	283,97	118,32	118,32	0,00	-118,32

Los resultados que figuran en las tablas anteriores se han volcado en el gráfico siguiente. Asimismo, de las tablas surge que el máximo valor de fuerza a resistir con armadura de alma es de 27,34 kN por lo que resulta:

$$A_{1v} / s = V_s / (n \cdot d \cdot f_y) = 27,34 \text{ kN} \cdot [1000 \text{ MN mm}^2 / (\text{kN m}^2)] / (2 \cdot 0,48 \text{ m} \cdot 420 \text{ MPa}) = 68 \text{ mm}^2/\text{m} \quad (d_b \text{ c/ } 0,40 \text{ m})$$

Lo que implica una armadura teórica total de 136 mm²/m



e) Verificación del área mínima de armadura de corte

Dado que $f'_c \geq 30$ MPa, se debe adoptar el menor valor entre (A) y (B):

$$(A) \quad \frac{A_v}{s} \geq \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yt}} = (35)^{1/2} \text{ MPa} \cdot 250 \text{ mm} \cdot (1000 \text{ mm} / \text{m}) / (16 \cdot 420 \text{ MPa}) = \\ = 220 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$(B) \quad A_v / s = A_{ps} \cdot f_{pu} \cdot (d / b_w)^{1/2} / (80 \cdot f_{yt} \cdot d) = \\ A_v / s = 790 \text{ mm}^2 \cdot 1864 \text{ MPa} \cdot (0,48 \text{ m} / 0,25 \text{ m})^{1/2} / (80 \cdot 420 \text{ MPa} \cdot 0,48 \text{ m}) = \\ A_v / s = 127 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Por lo tanto la sección de acero calculada es mayor que la mínima requerida.

f) Verificación de separación de estribos y fisuración del alma

Dado que: $V_s = 27,34 \text{ kN} < (35)^{1/2} \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN} / \text{MN}) \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,48 \text{ m} / 3 = 236,6 \text{ kN}$

corresponde adoptar

$$s \leq \text{mínimo} (3 \cdot 0,60 \text{ m} / 4 ; 0,40 \text{ m}) = 0,40 \text{ m}$$

por lo tanto se adopta como válida la armadura propuesta consistente en una rama vertical por nervio de 6 mm de diámetro con separación 0,40 m en sentido longitudinal.

Se verifica también muy cómodamente la condición de fisuración del alma dado que:

$$V_s = 27,34 \text{ kN} \ll 2 \cdot (35)^{1/2} \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN} / \text{MN}) \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,48 \text{ m} / 3 = 473,3 \text{ kN}$$