

Ejemplo 6: Viga pretensada

Adolfo Matamoros

Julio Ramirez

Sinopsis

Se presenta el diseño de la región del extremo de una viga pretensada según el Apéndice A del Código ACI 318-2002. Se consideran dos alternativas, la primera de ellas con cables rectos desadheridos hacia los extremos del miembro a fin de controlar las tensiones en la transferencia. El segundo caso es con cables deformados. Se desarrollan y analizan modelos de bielas y tirantes para cada una de las dos alternativas y se dimensionan las armaduras para resistir los esfuerzos internos calculados. Los requisitos sobre longitud de anclaje fueron un factor crítico a la hora de seleccionar la configuración de los modelos reticulados.

Adolfo Matamoros recibió su MS y Doctorado de la Universidad de Illinois, Urbana Champaign. Se desempeña como Profesor Asistente en la Universidad de Kansas. Sus investigaciones abarcan el diseño al corte y detallado del hormigón estructural. Es Secretario del Comité ACI 408, Adherencia y Desarrollo de las Armaduras.

Julio Ramirez es Profesor de Ingeniería Estructural en la Universidad de Purdue. Es miembro de ACI y ha sido galardonado con el premio Delmar Bloem. Es miembro de los Comités ACI sobre Actividades Técnicas, Publicaciones, 318, Código de Construcción Estructural, Comité 408, Adherencia y Desarrollo de las Armaduras, Comité Conjunto ACI-ASCE 445, Corte y Torsión, Comité Conjunto ACI-ASCE 423, Hormigón Pretensado.

1 Geometría y cargas

Se diseña la región del extremo de una viga pretensada simplemente apoyada sometida a una carga uniformemente distribuida, w_u , usando el Apéndice A del Código ACI 318-2002. En la Figura 6-1 se indican las dimensiones de la viga. La distancia entre apoyos es de 30 ft. (9144 mm) y la longitud total de la viga es de 32 ft.- 8 in. (9957 mm).

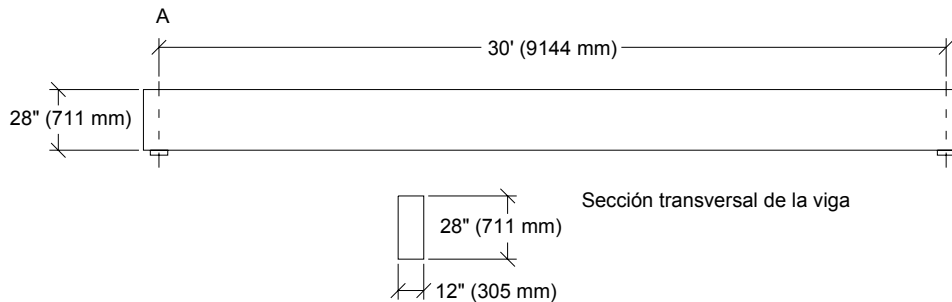


Figura 6-1: Dimensiones del miembro (en mm)

Las cargas de diseño y propiedades de los materiales de la viga son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 w_u &= 0,30 \text{ kip/in. (53 N/mm)} & f_{se} &= 150 \text{ ksi (1034 MPa)} \\
 f'_c &= 7,5 \text{ ksi (52 MPa)} & f_y &= 60 \text{ ksi (414 MPa)} \\
 b &= 12 \text{ in. (305 mm)}
 \end{aligned}$$

Para detallar el extremo de la viga se consideraron dos alternativas diferentes. En el primer caso se considera un patrón de cables horizontales, incluyendo la opción de desadherir algunos de los cables en secciones ubicadas a 15 in. (381 mm) y 45 in. (1143 mm) del eje de los apoyos (Figura 6-2). En la segunda alternativa el extremo de la viga se diseña usando una combinación de cables rectos y algunos cables deformados en el punto D de la Figura 6-2, ubicado a 91 in. (2311 mm) del extremo de la viga. La distancia entre el centro del apoyo y el extremo de la viga es de 16 in. (406 mm). Las dimensiones de la placa de apoyo supuesta son 6 x 12 in. (152 x 305 mm):

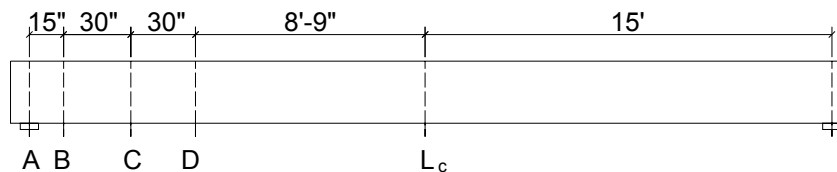


Figura 6-2: Dimensiones de la viga y ubicación de las secciones críticas del modelo de bielas y tirantes

2 Procedimiento de diseño

El diseño global de las regiones D y B del miembro se puede realizar usando el Apéndice A del Código 318-02 (ACI, 2002). En la práctica es probable que las partes de la viga que se diseñan como regiones B sean diseñadas usando los procedimientos incluidos en el cuerpo principal del código. A los fines de este trabajo el miembro se diseñará usando los requisitos incluidos en el Apéndice A así como otras secciones relevantes del Código ACI 318-2002. Los pasos a seguir son los siguientes:

- Paso 1: Determinar los límites entre las regiones D y las regiones B de la viga y calcular las demandas de momento y corte en estas ubicaciones.
- Paso 2: Establecer un modelo de bielas y tirantes inicial para la región a diseñar en base a las dimensiones de la biela horizontal y el tirante horizontal obtenidas a partir de los requisitos flexionales. Verificar que las fuerzas en las bielas horizontal e inclinada críticas permanezcan por debajo de las máximas resistencias efectivas permitidas por los requisitos de ACI. Si la resistencia de las bielas es adecuada en función de los límites especificados en el Apéndice A, proceder a dimensionar la armadura. Caso contrario optar entre ajustar el ancho o la altura de las bielas, la resistencia a la compresión uniaxial del hormigón o el ancho de la viga, según cuál opción sea más factible.
- Paso 3: Determinar el número de cables necesario para satisfacer la demanda de fuerza en el tirante principal. Verificar que los cables estén anclados adecuadamente.
- Paso 4: Dimensionar armadura no pretensada para satisfacer las demandas de fuerza que actúan en los tirantes. En los miembros pretensados se puede usar acero no pretensado para suplementar la resistencia provista por el acero de pretensado. Esto puede resultar crítico en las regiones próximas a los extremos de las vigas donde la transferencia del pretensado se produce por adherencia. Asegurar que la armadura mínima y la separación máxima satisfagan los requisitos de ACI 318-02.

3 Cálculos para la región del extremo de la viga con cables rectos

La porción de la viga relevante para este ejemplo de diseño está ubicada entre el borde de la viga y la sección D (Figura 6-2), la cual corresponde al límite entre las regiones D y B. La ubicación de la sección D se eligió de manera tal que está a una distancia aproximadamente igual a la profundidad efectiva a partir de la sección de desadherencia más próxima a la línea de centro de la viga. Siguiendo el procedimiento delineado en la Sección 2 se desarrolla un modelo de bielas y tirantes capaz de transferir las fuerzas entre la sección D y el extremo de la viga.

Tabla 6-1: Demandas calculadas en el límite de la región a diseñar

Distancia desde el apoyo in. (mm)	$M_u \times 10^3$ kip in. (kN mm)	V_u kips (kN)
75 (1905)	3,21 (362)	31,5 (140)

3.1 Determinar las demandas de momento flector y corte en el límite de la región a diseñar

La demanda de momento flector y corte en el límite de la región a diseñar se determinan en base a los principios del equilibrio. En la Tabla 6-1 se resumen la magnitud del momento flector y el esfuerzo de corte.

3.2 Definir el modelo de bielas y tirantes

La configuración del modelo y bielas y tirantes se define en base a la altura de la biela horizontal y a la altura del tirante horizontal, según se describió en el paso 2 del procedimiento sugerido. La altura del tirante flexional principal se define como dos veces la distancia entre el fondo de la viga y el baricentro de los cables. Los cables están distribuidos en dos capas separadas 2 in. (51 mm), como se puede ver en la Figura 6-3.

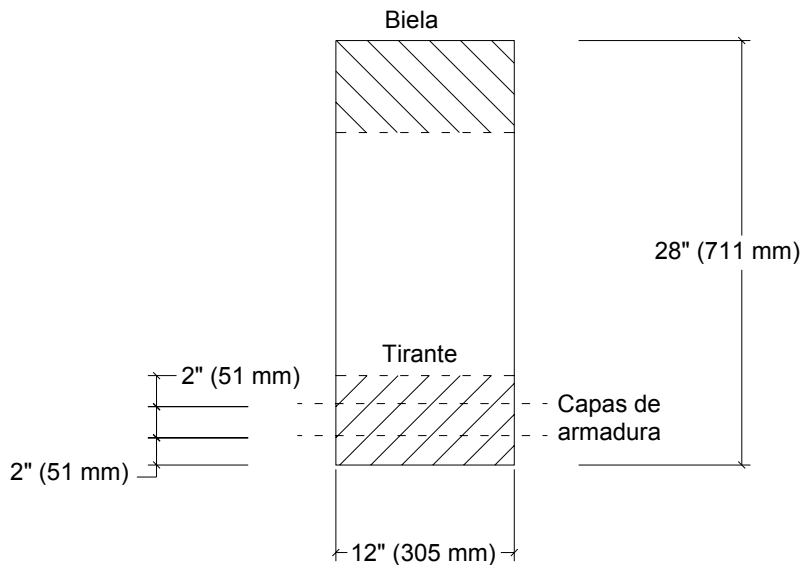


Figura 6-3: Ubicación de los cables para la viga con cables horizontales

Ejemplo 6: Viga pretensada

En la Figura 6-4 se ilustra el modelo de bielas y tirantes idealizado para la región a diseñar. Las líneas llenas corresponden a los elementos traccionados, mientras que las líneas discontinuas representan las bielas. En la sección D, ubicada a 75 in. (1905 mm) del apoyo (Figura 6-4) se asume que el número total de cables está distribuido de forma uniforme entre las dos capas (Figura 6-3). En consecuencia, la altura del tirante ($N_6 - N_4 - N_2$ en la Figura 6-4) es de 6 in. (152 mm) y su baricentro está ubicado a 3 in. (76 mm) de la cara inferior de la viga. Se asume que la altura de la biela horizontal ($N_5 - N_3 - N_1$ en la Figura 6-4) es de 3 in. (76 mm), lo cual corresponde aproximadamente al ancho calculado para el diagrama rectangular de tensiones en el borde de la región D ($a = 2,5$ in.). Una vez calculados los esfuerzos internos se investigará la posibilidad de desadherir parte del número total de cables, ya que sería útil lograr un adecuado control de las tensiones en transferencia y bajo niveles de cargas de servicio.

Las cargas verticales aplicadas en los nodos del modelo de bielas y tirantes (Figura 6-4) consideran los efectos de la carga distribuida que actúa sobre la viga. La configuración del modelo se seleccionó de manera que el ángulo de inclinación de la primera biela (elemento 9, Figura 6-4) sea mayor que el de las otras dos bielas a fin de lograr una mejor representación del abanico de compresión que se forma en la región que rodea al apoyo. El ángulo de inclinación de la segunda y tercera biela (α en la Figura 6-4) se calculó en base a las dimensiones del tirante horizontal, la biela horizontal y la distancia entre tirantes verticales. Para el modelo de bielas y tirantes ilustrado (Figura 6-4) $\alpha = 38,1^\circ$; este valor es mayor que el límite inferior de 25° establecido por el Código ACI (2002).

3.3 Verificar la altura total del modelo y determinar los esfuerzos internos en todas las bielas y tirantes

La cupla formada por las fuerzas C_c y T_s debe ser igual al momento externo que actúa en el punto D (Figura 6-4). Por lo tanto,

$$C_c = T_s = \frac{3,21 \times 10^3 \text{ kip in.}}{23,5 \text{ in.}} = 136 \text{ kip} \quad (607 \text{ kN}) \quad (6-1)$$

Las fuerzas en los elementos se determinan en base a la condición de equilibrio para cada uno de los seis nodos ilustrados en la Figura 6-4. En la Tabla 6-2 se resumen los resultados. Los signos negativos indican compresión.

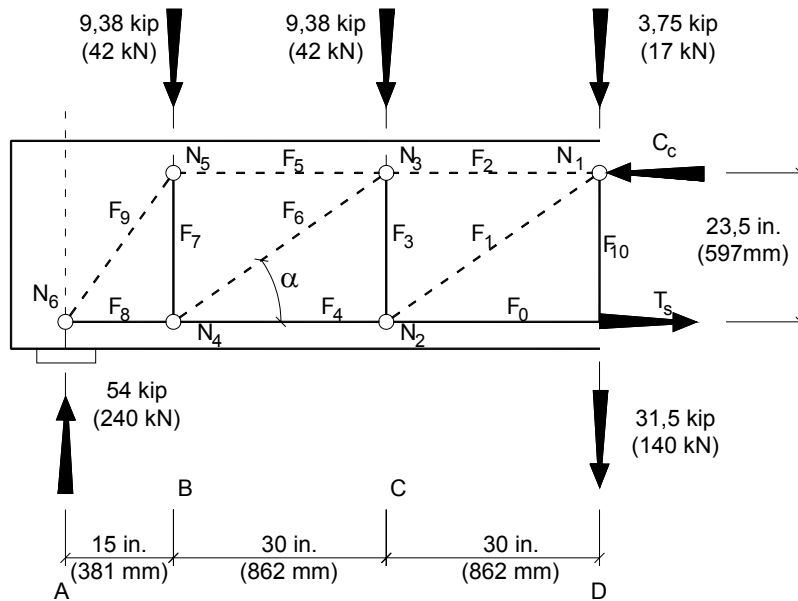


Figura 6-4: Modelo de bielas y tirantes para el extremo de la viga con cables horizontales

Tabla 6-2: Fuerzas en los elementos del modelo de bielas y tirantes de la Figura 6-4

Tipo de elemento	Nombre del elemento (Figura 6-4)	Fuerza kip (kN)
Bielas horizontales	F ₂	-91 (-407)
	F ₅	-34 (-153)
Bielas inclinadas	F ₁	-57 (-254)
	F ₆	-72 (-322)
	F ₉	-64 (-285)
Tirantes horizontales	F ₀	136 (607)
	F ₄	91 (407)
	F ₈	34 (153)
Tirantes verticales	F ₃	35 (157)
	F ₇	45 (199)
	F ₁₀	32 (140)

3.4 Verificar la capacidad de las bielas horizontales e inclinadas

La capacidad nominal de las bielas se determina usando la resistencia efectiva a la compresión dada por la Ecuación A-3 del Código ACI (2002):

$$f_{cu} = 0,85\beta_s f'_c \quad [\text{ACI Sección A.3.2, Ec. (A-3)}]$$

De acuerdo con la Sección A.3.2 del Código ACI, la resistencia efectiva a la compresión debería ser la resistencia del hormigón en la biela o la resistencia del hormigón en la zona nodal, según cuál valor sea el menor. La biela horizontal crítica del modelo reticulado ilustrado en la Figura 6-4 es el elemento 2, ubicado cerca del límite de la región bajo estudio. El Nodo 3, ubicado en el extremo izquierdo de la Biela 2, se clasifica como nodo C-C-T porque en él convergen dos bielas y un tirante. De acuerdo con el Apéndice A del Código ACI, el factor de resistencia para una biela ubicada en la zona comprimida de una viga es $\beta_s = 1,0$ y el factor de resistencia para un nodo con un tirante es $\beta_n = 0,8$. Dada la menor capacidad del hormigón del nodo, $\beta_n = 0,8$ determina la capacidad nominal de la biela.

Por lo tanto, la resistencia de diseño de la biela horizontal es:

$$f_{cu} = 0,85 \times 0,8 \times 7,5 \text{ ksi} = 5,1 \text{ ksi} \quad (35 \text{ MPa}) \quad (6-2)$$

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times f_{cu} \times A_c \quad [\text{ACI Sección A.3.1, Ec. (A-2)}]$$

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times f_{cu} \times 12 \text{ in.} \times 3 \text{ in.} = 138 \text{ kip} \quad (613 \text{ kN}) \quad (6-3)$$

donde ϕ es el factor de reducción de la resistencia que, de acuerdo con la Sección 9.3.2.6 del Código ACI, es igual a 0,75 para las bielas, tirantes, zonas nodales y áreas de apoyo de los modelos de bielas y tirantes. La Ecuación 6-3 muestra que la capacidad de la biela horizontal es mayor que la demanda sobre la biela, igual a 91 kip (407 kN) (Tabla 6-2). Por lo tanto la resistencia de la biela es adecuada.

Se investigaron las bielas inclinadas 6 y 9 para determinar cuál de las dos tenía la mayor demanda. Debido a que hay un tirante anclado en cada uno de los nodos 5 y 6, ubicados en los extremos de la Biela 9 (F_9 , Figura 6-4), el factor de reducción de la resistencia para los nodos es $\beta_n = 0,80$. Se considera que el elemento 9 es una biela en forma de botella porque su ancho se puede expandir entre nodos. En consecuencia, de acuerdo con la Sección A.3.2.2 del Código ACI, el factor de resistencia para la biela es $\beta_s = 0,6$. Este valor es menor que el factor de resistencia para los nodos. Aunque la Sección A.3.2.2 permite utilizar un factor mayor $\beta_s = 0,75$ si se dispone armadura que satisfaga la Sección A.3.3, en este caso se asumió que no se disponía este tipo de armadura y por lo tanto se usó el factor más conservador. Por lo tanto, la resistencia nominal del hormigón en la Biela 9 es:

$$f_{cu} = 0,85 \times 0,6 \times 7,5 \text{ ksi} = 3,83 \text{ ksi} \quad (26 \text{ MPa}) \quad (6-4)$$

Para determinar la capacidad nominal de la biela es primero necesario calcular su ancho. La Figura 6-5 muestra el Nodo 6, ubicado en el apoyo. El ancho en la parte inferior de la Biela 9 está dado por la Ecuación 6-5:

$$w_{st} = l_{bp} \sin \alpha + h_t \cos \alpha \quad (6-5)$$

donde l_{bp} es el ancho de la placa de apoyo y h_t es la altura del tirante horizontal. De acuerdo con la Ecuación 6-5, el ancho de la Biela 9 en su parte inferior es:

$$w_{9b} = 6 \text{ in.} \sin 57,5^\circ + 6 \text{ in.} \cos 57,5^\circ = 8,3 \text{ in.} \quad (210 \text{ mm}) \quad (6-6)$$

El ancho en la parte superior de la Biela 9 (w_{9t}), la parte inferior de la Biela 6 (w_{6b}) y la parte superior de la Biela 6 (w_{6t}) (Figura 6-4) también se calculan usando la Ecuación 6-5. El modelo geométrico de estos nodos es similar al ilustrado en la Figura 6-5, excepto que la longitud l_{bp} se toma como la mitad del ancho del tirante vertical que converge al nodo y h_t se toma como la altura de la biela (3 in. 76 mm). Por lo tanto, se debe calcular el ancho del Tirante 7 para obtener el ancho de la Biela 9 en el Nodo 5. La Sección RA.4.2 del Comentario del Código ACI (2002) sugiere calcular un límite para el ancho del tirante en base a la tensión de apoyo admisible de la región nodal. Siguiendo estas recomendaciones obtenemos el ancho del Tirante 7 en base a la tensión admisible en el Nodo 5:

$$w_{\text{tirante7}} = \frac{F_7}{\phi 0,85 \beta_n f_c b} = \frac{45 \text{ kip}}{0,75 \times 0,85 \times 0,80 \times 7,5 \text{ ksi} \times 12 \text{ in.}} = 1 \text{ in.} \quad (25 \text{ mm}) \quad (6-7)$$

El ancho del elemento 9 en la parte superior de la biela se calcula en base al ancho del tirante y el ancho de la biela horizontal:

$$w_{9t} = \frac{w_{\text{tirante}}}{2} \sin \alpha + h_t \cos \alpha = \frac{1 \text{ in.}}{2} \sin 57,5^\circ + 3 \text{ in.} \cos 57,5^\circ = 2 \text{ in.} \quad (52 \text{ mm}) \quad (6-8)$$

De manera similar, el ancho de la Biela 6 en la parte superior de la biela se calcula en base a la altura del tirante y la tensión admisible en el Nodo 3. El ancho del Tirante 3 es:

$$w_{\text{tirante3}} = \frac{F_3}{\phi 0,85 \beta_n f_c b} = \frac{32 \text{ kip}}{0,75 \times 0,85 \times 0,80 \times 7,5 \text{ ksi} \times 12 \text{ in.}} = 0,7 \text{ in.} \quad (18 \text{ mm}) \quad (6-9)$$

Ejemplo 6: Viga pretensada

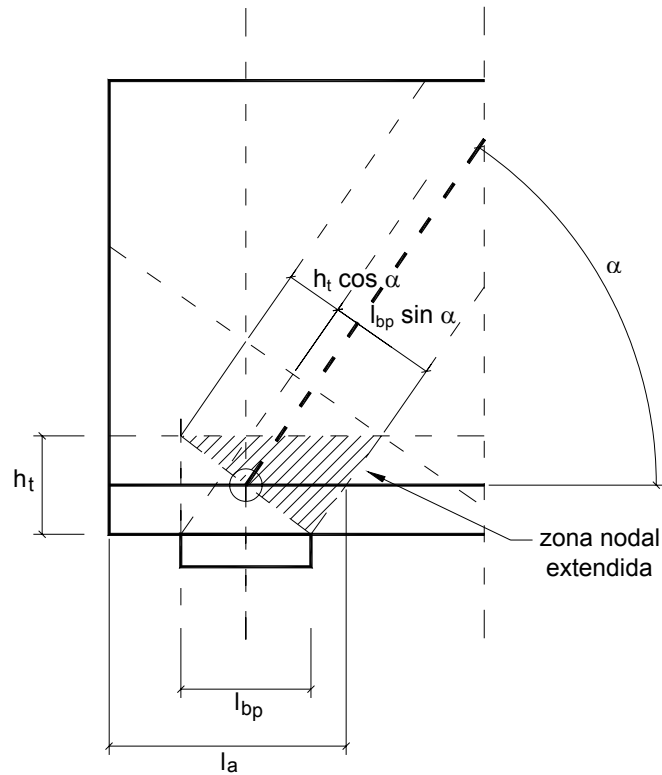


Figura 6-5: Ancho de una biela en función de las dimensiones nodales

Por lo tanto, el ancho de la Biela 6 está dado por:

$$w_{6t} = 0,35 \text{ in.} \sin 38,1^\circ + 3 \text{ in.} \cos 38,1^\circ = 2,6 \text{ in.} \quad (65 \text{ mm}) \quad (6-10)$$

La capacidad de la Biela 9 se calcula en la sección de menor ancho, la cual ocurre en la parte superior de la biela, y está dada por:

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times f_{cu} \times 12 \text{ in.} \times 2 \text{ in.} = 69 \text{ kip} \quad (307 \text{ kN}) \quad (6-11)$$

Esto es mayor que la demanda en la biela (64 kip, 285 kN, Tabla 6-2). De manera similar, la capacidad de la Biela 6 está dada por:

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times f_{cu} \times 12 \text{ in.} \times 2,6 \text{ in.} = 90 \text{ kip} \quad (400 \text{ kN}) \quad (6-12)$$

Esto también es mayor que la demanda en la biela (72 kip, 322 kN, Tabla 6-2). Habiendo verificado que la resistencia de las bielas es adecuada, el siguiente paso consiste en dimensionar la armadura. Si alguna biela no satisface el criterio de mínima resistencia, para satisfacer los requisitos del Código es necesario ajustar la profundidad de la biela, la resistencia a la compresión del hormigón o el ancho de la viga.

3.5.1 Calcular la armadura necesaria para los tirantes horizontales

En la Tabla 6-2 presentamos la demanda de fuerza en cada uno de los tres tirantes horizontales. El número de cabe requerido para cada tirante se determina usando la Ecuación A-6 del Código ACI, la cual define la resistencia nominal de un tirante de la siguiente manera:

$$F_{nt} = A_{st}f_y + A_{ps}(f_{se} + \Delta f_p) \quad [\text{ACI Sección A.4.1, Ec. (A-6)}]$$

Utilizamos cables con diámetro nominal de $\frac{1}{2}$ in. (12,5 mm); estos cables poseen una sección nominal de $0,153 \text{ in.}^2$ (99 mm^2). La Sección A.4.1 del Código ACI permite que el diseñador asuma un valor $\Delta f_p = 60 \text{ ksi}$ (414 MPa). La sección total de cables de pretensado requerida es:

$$A_{ps} = \frac{T_{h \text{ tirante}}}{\phi(f_{se} + \Delta f_p)} \quad (6-13)$$

La longitud de desarrollo es crítica para los Tirantes 4 y 8. De acuerdo con la Sección 12.9 del Código ACI (2002), la longitud de desarrollo de un cable está dada por:

$$l_d = \left(\frac{f_{se}}{3} \right) d_b + (f_{ps} - f_{se}) d_b \quad [\text{ACI Sección 12.9, Ec. (12-2)}]$$

Reemplazando en esta ecuación el diámetro nominal del cable y los valores de tensión correspondientes, la longitud de anclaje requerida para desarrollar plenamente la tensión en el cable es:

$$l_d = \left(\frac{150 \text{ ksi}}{3} + 60 \text{ ksi} \right) \times 0,5 \text{ in.} = 55 \text{ in.} \quad (1397 \text{ mm}) \quad (6-14)$$

Para tirantes cuya longitud de anclaje es menor que la requerida para $\Delta f_p = 60 \text{ ksi}$ (414 MPa), la Sección 12.9.1.1 permite usar menor empotramiento siempre que la tensión en el cable no supere los valores obtenidos mediante la Ecuación 12-2 del Código.

En consecuencia, la Ecuación 12-2 se puede reordenar de manera de obtener la máxima tensión que puede soportar el cable en función de la longitud de anclaje disponible, l_a :

$$f_{ps} = \frac{l_a}{d_b} + \frac{2f_{se}}{3} \quad (6-15)$$

La Ecuación 6-15 se debe aplicar solamente cuando la longitud de anclaje está comprendida entre la longitud de transferencia (25 in., 635 mm para un cable de $\frac{1}{2}$ in. de diámetro) y la longitud de desarrollo. En otros casos se debe seguir un enfoque de análisis por tramos como se describe en la Sección R12.9.1.1 del Comentario del Código ACI.

De acuerdo con las Secciones A.4.3.2 y A.4.3.3 del código ACI (2002), la fuerza en los tirantes horizontales se debe desarrollar en el punto donde el baricentro de la armadura

Ejemplo 6: Viga pretensada

abandona la zona nodal extendida (Figura 6-5). En el caso de los nodos 2, 4 y 6 la distancia entre el centro del nodo y el punto donde el baricentro de la armadura abandona la zona nodal extendida está dada por:

$$l_{a1} = \frac{W_{\text{tirante}}}{2} \left[1 + \frac{\tan \alpha}{\tan(90 - \alpha)} \right] \quad (6-16)$$

donde α es el ángulo de inclinación de la biela y w_{tirante} es el ancho del tirante vertical que converge en el nudo. La distancia l_{a1} se suma a la distancia entre el centro del nodo y el borde de la viga para calcular la longitud de anclaje disponible; esto se indica en la Tabla 6-3. Para cada tirante la máxima tensión admisible se calcula usando la Ecuación 6-15, y la armadura requerida se calcula usando la Ecuación 6-13 (Tabla 6-3).

Tabla 6-3: Dimensionamiento de los tirantes horizontales

Nombre del elemento	T_h tirante kip (kN)	l_a in. (mm)	f_{ps} (6-15) ksi (MPa)	A_{ps} (6-13) in ² (mm ²)	Número de cables
F ₀	136 (607)	61,6 (1564)	210 (1450)	0,86 (557)	6
F ₄	91 (407)	31,8 (808)	164 (1128)	0,74 (477)	5
F ₈	43 (153)	26,4 (671)	153 (1054)	0,37 (242)	3

Ensayos realizados han demostrado que si una fisura inclinada (corte en el alma) penetra la longitud de transferencia en aproximadamente $50d_b$, en este caso 25 in. (636 mm), se puede perder el anclaje del cable y las consecuencias pueden ser catastróficas (Peterman et al., 2000). En este ejemplo la configuración de la viga es tal que la zona de la longitud de transferencia del cable se extiende más allá de la línea de centro del apoyo, donde es probable que se produzca una fisura por corte. Para solucionar este problema el Tirante 7 se diseñó para la totalidad de la fuerza de corte de manera que pueda restringir efectivamente el crecimiento de la fisura inclinada. Un enfoque alternativo sería calcular la tensión que puede soportar el cable con la longitud de anclaje reducida y proveer armadura para soportar la tensión en exceso de la máxima tensión que puede desarrollar el cable (Ramirez, 1994).

Los resultados de la Tabla 6-3 demuestran que dados los requisitos sobre longitud de anclaje no es mucho el beneficio que se puede obtener desadheriendo los cables. Un cable se puede desadherir a 6,6 in. (168 mm) del borde. Esto se atribuye parcialmente a lo próxima que se encuentra la región que estamos diseñando del borde de la viga, lo que limita la distancia disponible para el correcto anclaje de los cables. Otro motivo es la interacción entre corte y tracción en la armadura horizontal que habitualmente se observa en los modelos de bielas y tirantes de vigas esbeltas. La componente horizontal de la fuerza de compresión en las bielas inclinadas debe ser equilibrada por una fuerza en el tirante horizontal, la cual se debe sumar a la fuerza necesaria para resistir la demanda por flexión.

3.5.2 Calcular la armadura para los tirantes verticales

En la Tabla 6-2 se resumen las fuerzas en los tirantes verticales. La sección de armadura se determina en base a una tensión de fluencia de 414 MPa, como se indica en la Ecuación 6-17:

$$A_{st} = \frac{F_{u \text{ tirante}}}{\phi f_y} \quad (6-17)$$

Si usamos estribos en U formados por barras No. 4 (diámetro 9,5 mm), la sección total de armadura vertical para cada tirante es 0,4 in.² (258 mm²) que surge de dos ramas de 0,2 in.² (129 mm²) cada una. La Sección A.4.3.4 del Código ACI estipula que los estribos se deben anclar siguiendo las prácticas habituales, según lo especificado en la Sección 12.13. En la Tabla 6-4 se resume el número de estribos requerido para cada tirante vertical, los cuales se colocan próximos al centro de los tirantes. En las áreas de la región del extremo de la viga comprendidas entre los tirantes verticales se coloca la armadura mínima requerida por el Código ACI. De acuerdo con la Sección 11.5.4 del Código ACI (2002), para miembros pretensados la máxima separación entre estribos es 0,75h, que en el caso de la viga analizada es igual a 21 in. (533 mm). Se adopta una separación de 15 in. (381 mm), correspondiente a la distancia entre las secciones A y B (Figura 6-4). La armadura mínima del alma está dada por:

$$A_v = \frac{0,75\sqrt{f'_c}b_ws}{f_y} \geq \frac{50b_ws}{f_y} \quad [\text{ACI Sección 11.5.5.3, Ec. (11-13)}]$$

$$A_v = \frac{0,75\sqrt{7.500} 12 \times 15}{60.000} = 0,19 \text{ in}^2 \quad (126 \text{ mm}^2) \quad (6-18)$$

Para simplificar la fabricación de la jaula de armaduras se coloca un estribo No. 4 en el punto medio entre las secciones B y C, y C y D ($A_v = 0,4 \text{ in.}^2$; 258 mm²), además de la armadura requerida en la ubicación de cada uno de los tirantes verticales.

Tabla 6-4: Dimensionamiento de los tirantes verticales

Nombre del elemento	$F_{u \text{ tirante}}$ kip (kN)	A_{st} (6-17) in ² (mm ²)	Número de estribos, No.4
F ₃	35 (107)	0,78 (502)	2
F ₇	45 (199)	1,00 (645)	3
F ₁₀	32 (140)	0,71 (458)	2

3.6 Verificar la capacidad de apoyo

Las tensiones de apoyo en el nodo N₆, ubicado en el apoyo de la viga (Figura 6-4), deben permanecer dentro de los límites establecidos por el Código. La tensión de apoyo se calcula dividiendo la fuerza de reacción por la superficie de la placa de apoyo:

$$f_b = \frac{54 \text{ kip}}{6 \text{ in.} \times 12 \text{ in.}} = 0,75 \text{ ksi} \quad (5 \text{ MPa}) \quad (6-19)$$

Debido a que hay un tirante anclado en él, el nodo N₆ es un nodo C-C-T. La resistencia de apoyo es ($\beta_n = 0,8$):

$$\phi F_{cu} = 0,75 \times 0,85 \times 0,8 \times 7,5 \text{ ksi} = 3,83 \text{ ksi} \quad (26 \text{ MPa}) \quad (6-20)$$

Por lo tanto la capacidad de apoyo del nodo es adecuada.

3.7 Disposición de la armadura en la región del extremo de la viga

En la Figura 6-6 se ilustra la disposición de la armadura en el extremo de la viga para el caso de cables horizontales.

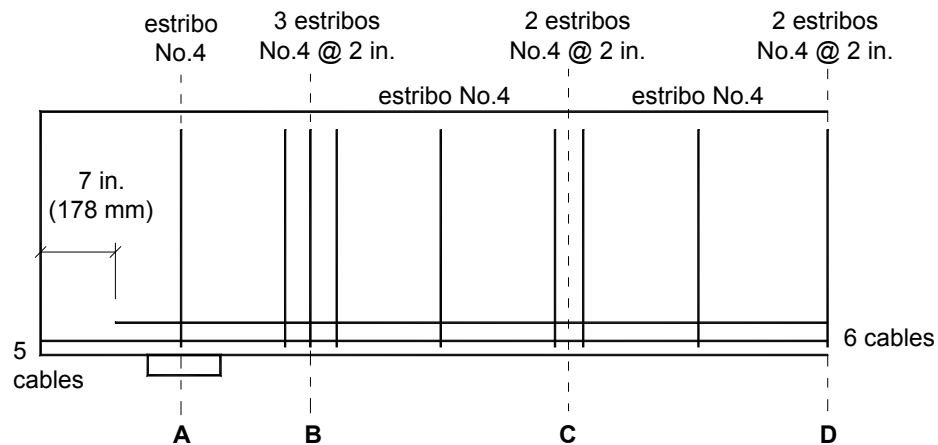


Figura 6-6: Configuración de las armaduras para la región del extremo de la viga

4 Cálculos para la región del extremo de la viga con cables deformados

En vista de las diferencias en la ubicación de los cables dentro de la región a diseñar es necesario usar un modelo de bielas y tirantes diferente entre los puntos A y D (Figura 6-7).

4.1 Determinar las demandas de momento flector y corte para la viga

Las demandas de momento flector y corte en el borde de la región del extremo de la viga son las indicadas en la Tabla 6-1.

4.2 Definir la configuración del reticulado

La configuración del reticulado se define en base a la altura de las bielas horizontales y la altura de los tirantes horizontales. Igual que en la alternativa con cables horizontales, se asumió que la altura de los tirantes horizontales es igual a 6 in. (152 mm) y la altura de las bielas horizontales es igual a 3 in. (76 mm). La inclinación de las bielas es similar al caso con cables horizontales ($\alpha = 38,1^\circ$). En el modelo con cables deformados (Figura 6-7) hay nueve elementos adicionales y tres nodos adicionales en el reticulado, los cuales son necesarios para modelar el gradiente de tensiones en la zona correspondiente a la longitud de transferencia de los cables.

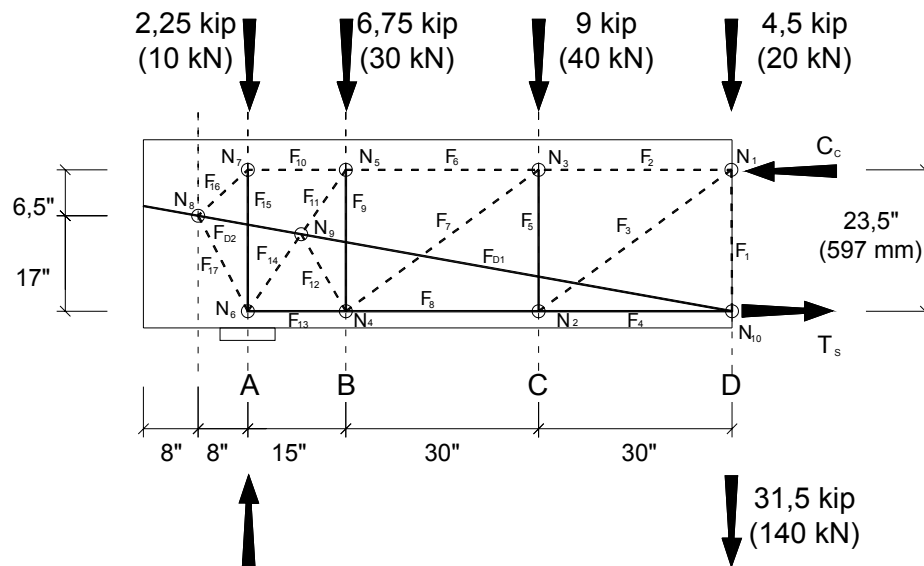


Figura 6-7: Modelo de bielas y tirantes para la región del extremo de la viga con cables deformados

Ejemplo 6: Viga pretensada

Los elementos F_{D1} y F_{D2} representan los cables deformados. Se utilizan dos elementos diferentes y se agrega el Nodo 9 (Figura 6-7) para modelar el efecto de la longitud de transferencia sobre la tensión en los cables deformados. El reticulado ilustrado en la Figura 6-7 es estáticamente indeterminado. Para simplificar el cálculo de las fuerzas en los elementos del reticulado se predeterminan las fuerzas en los tirantes F_{D1} y F_{D2} tomando en cuenta la longitud de desarrollo de los cables. Hay un total de dos cables, correspondientes al 33% de la fuerza de pretensado total, deformados en la sección D (Figura 6-7). Como se mencionó anteriormente, la Sección A.4.3.2 del Código ACI (2002) estipula que la fuerza en el tirante se debe desarrollar en el punto donde el baricentro de la armadura abandona la zona nodal extendida. Para determinar la longitud de anclaje del cable analizamos las dimensiones de la zona nodal 8 y las bielas que rodean y enmarcan esta zona nodal (Figura 6-8).

La dimensión de 6 in. indicada en la Figura 6-8 se seleccionó de manera de garantizar que la capacidad de las bielas 11 y 14 sea adecuada. Las dimensiones l_a y l_{a0} se determinan mediante consideraciones geométricas:

$$l_{a0} = \frac{8 \text{ in.}}{\cos 11,58^\circ} = 8,2 \text{ in.} \quad (207 \text{ mm}) \quad (6-21)$$

La distancia entre la parte posterior del nodo y el punto donde el tirante abandona la zona nodal extendida (Figura 6-8) se calcula usando la ley de los senos:

$$l_a - l_{a0} = 4,1 \text{ in.} \times \frac{\sin 53,2^\circ}{\sin 36,8^\circ} = 5,5 \text{ in.} \quad (139 \text{ mm}) \quad (6-22)$$

Por lo tanto la longitud de anclaje total es:

$$l_a = 8,2 \text{ in.} + 5,5 \text{ in.} = 13,7 \text{ in.} \quad (348 \text{ mm}) \quad (6-23)$$

En este caso la longitud de anclaje disponible es menor que la longitud de transferencia. En consecuencia la tensión mínima en el cable entre los Nodos 8 y 9 está dada por:

$$f_{ps} = \frac{3 l_a}{d_b} = \frac{3 \times 13,7}{0,5} = 82 \text{ ksi} \quad (567 \text{ MPa}) \quad (6-24)$$

Como hay un total de dos cables deformados, la fuerza en el Tirante F_{D2} está dada por:

$$F_{D2} = 2 A_{ps} f_{sc} = 2 \times 0,153 \text{ in.}^2 \times 82 \text{ ksi} = 25 \text{ kip} \quad (111 \text{ kN}) \quad (6-25)$$

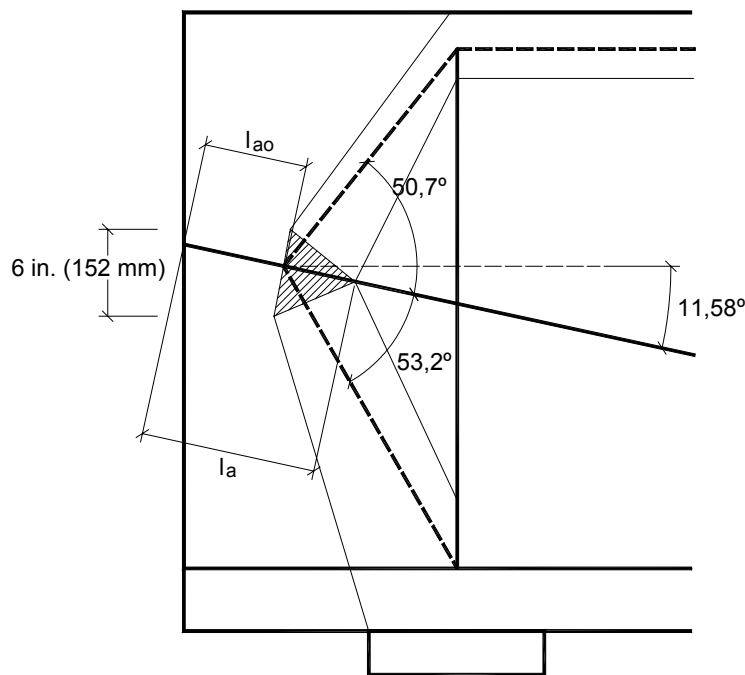


Figura 6-8: Longitud de desarrollo de los cables anclados en el Nodo 8

De forma similar, la fuerza en el Tirante F_{D1} se calcula en base a la longitud de anclaje en el punto donde el tirante abandona la zona nodal extendida del Nodo 9. La distancia entre los nodos N8 y N9 se puede calcular usando la ley de los senos, y es igual a 17 in. (432 mm). La distancia entre el centro del Nodo 9 y el punto donde el tirante abandona la zona nodal extendida se calcula en base al ancho de la Biela 14 (8,3 in; 210 mm), como la mitad del ancho de la biela dividido por el coseno del ángulo comprendido entre la normal a la biela y el eje del tirante (21°). La longitud de anclaje es:

$$l_a = 8,2 + 17 + 4,4 = 29,6 \text{ in.} \quad (752 \text{ mm}) \quad (6-26)$$

Como la longitud de anclaje disponible es mayor que la longitud de transferencia, la mínima tensión en el cable entre los Nodos 8 y 9 se puede determinar usando la Ecuación 6-15:

$$f_{ps} = \frac{29,6}{0,5} + \frac{2 \times 150}{3} = 159 \text{ ksi} \quad (1096 \text{ MPa}) \quad (6-27)$$

La fuerza en el Tirante F_{D1} está dada por:

$$F_{D1} = 2A_{ps} f_{se} = 2 \times 0,153 \text{ in}^2 \times 159 \text{ ksi} = 49 \text{ kip} \quad (216 \text{ kN}) \quad (6-28)$$

4.3 Calcular las fuerzas en los elementos del reticulado

Una vez conocidas las fuerzas en los Tirantes F_{D1} y F_{D2} , las fuerzas en el reticulado se pueden calcular usando el principio de equilibrio. En la Tabla 6-5 se resumen los resultados.

Tabla 6-5: Fuerzas en los elementos

Tipo de elemento	Nombre del elemento (Figura 6-7)	Fuerza kip (kN)
Bielas horizontales	F_2	-103 (-458)
	F_6	-58 (-258)
	F_{10}	-16 (-71)
Bielas inclinadas	F_3	-42 (-187)
	F_7	-57 (-254)
	F_{11}	-78 (-347)
	F_{12}	-27 (-120)
	F_{14}	-55 (-245)
	F_{16}	-21 (-93)
	F_{17}	-20 (-89)
Tirantes horizontales	F_4	88 (391)
	F_8	54 (240)
	F_{13}	21 (93)
Tirantes verticales	F_1	22 (98)
	F_5	26 (116)
	F_9	59 (262)
	F_{15}	11 (49)

4.4 Verificar la capacidad de las bielas horizontales e inclinadas

La biela horizontal crítica del modelo reticulado ilustrado en la Figura 6-7 es el elemento F_2 . La capacidad de este elemento ya fue calculada en la Sección 3.4 (Ecuación 6-3) y se determinó que es igual a 138 kip (613 kN), valor mayor que la demanda en el elemento F_2 .

La biela inclinada con mayor demanda es el elemento F_{11} . Para calcular el ancho de la Biela 11 en el Nodo 5 es necesario calcular primero el ancho del Tirante 9. El ancho del Tirante 9 se calcula en base a la tensión admisible en el Nodo 5:

$$w_{\text{tirante}} = \frac{F_9}{\phi 0,85 \beta_n f_{cu} b} = \frac{59 \text{ kip}}{0,75 \times 0,85 \times 0,80 \times 7,5 \text{ ksi} \times 12 \text{ in.}} = 1,29 \text{ in.} \quad (33 \text{ mm}) \quad (6-29)$$

El ancho del elemento F_{11} en la parte superior de la biela se calcula en base al ancho del tirante y el ancho de la biela horizontal que enmarcan la zona nodal. Usando la Ecuación 6-6:

$$w_{11t} = 1,29 \text{ in.} / 2 \sin 32,6^\circ + 3 \text{ in.} \cos 32,6^\circ = 2,9 \text{ in.} \quad (73 \text{ mm}) \quad (6-30)$$

La capacidad de la biela se calcula usando un factor $\beta_s = 0,6$ (correspondiente a bielas en forma de botella y también porque el Nodo 9 es un nodo tipo C-T-T):

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times f_{cu} \times 12 \text{ in.} \times 2,9 \text{ in.} = 99 \text{ kip} \quad (440 \text{ kN}) \quad (6-31)$$

Este valor es mayor que la demanda en la biela (78 kip; 347 kN).

4.5 Calcular el número de cables necesarios en los tirantes horizontales

La Tabla 6-5 muestra la demanda de fuerza en cada uno de los tres tirantes horizontales. El procedimiento es similar a los cálculos indicados en la Sección 3.5 para la viga con cables horizontales. Usando la Ecuación 6-15 se calculó la máxima tensión admisible para cada uno de los tirantes; la cantidad de armadura requerida se calculó usando la Ecuación 6-13 (Tabla 6-6).

La Tabla 6-6 muestra que si en el tirante horizontal se mantienen cuatro cables la cantidad de armadura será suficiente para sostener la demanda calculada. Los comentarios incluidos en la Sección 3.5 respecto de las consecuencias catastróficas de la formación de una fisura de corte en la longitud de transferencia de un cable también son aplicables a este modelo de bielas y tirantes.

Tabla 6-6: Dimensionamiento de los tirantes horizontales

Nombre del elemento	T_h tirante kip (kN)	l_a in. (mm)	f_{ps} (6-15) ksi (MPa)	A_{ps} (6-13) in ² (mm ²)	Número de cables
F_4	88 (391)	61,6 (1564)	210 (1450)	0,56 (360)	4
F_8	54 (240)	31,8 (808)	164 (808)	0,44 (283)	3
F_{13}	21 (93)	26,4 (671)	153 (1054)	0,18 (118)	2

4.6 Calcular la armadura para los tirantes verticales

Las Tablas 6-5 y 6-7 muestran las fuerzas calculadas para los tirantes verticales. De manera similar al caso de la región extrema con cables horizontales, utilizamos estribos en U formados por barras No. 4 (diámetro 9,5 mm) como armadura vertical (la sección total de cada tirante es 0,4 in.²; 258 mm²). La Tabla 6-7 muestra la sección de armadura

Ejemplo 6: Viga pretensada

requerida por cada tirante, determinada mediante la Ecuación 6-17, y el correspondiente número de estribos.

Tabla 6-7: Dimensionamiento de los tirantes verticales

Nombre del elemento	$F_{u \text{ tirante}}$ kip (kN)	A_{st} (6-17) in^2 (mm^2)	Número de estribos, No.4
F ₁	22 (98)	0,49 (315)	2
F ₅	26 (116)	0,58 (373)	2
F ₉	59 (262)	1,31 (846)	4
F ₁₅	11 (49)	0,24 (158)	1

Como se indica en la Tabla 6-7, la mayor demanda corresponde al elemento 9 y requiere el uso de 4 estribos No. 4. Una parte significativa de la fuerza soportada por el elemento 9 tiene su origen en la diferencia entre las magnitudes de las fuerzas F_{D1} y F_{D2} . Esta diferencia se debe al enfoque seguido para modelar el anclaje de los cables, que de hecho acumula la fuerza transferida entre los nodos 8 y 9 en el Nodo 9 (Figura 6-7). En realidad la transferencia se produce de forma gradual a través de toda la longitud del cable, y por este motivo parece más adecuado distribuir la armadura uniformemente entre los puntos A y B que concentrarla en la ubicación del Tirante 9 (Figura 6-9).

4.7 Disposición de las armaduras

En la Figura 6-9 se ilustra la disposición de las armaduras para la viga. Se ha colocado armadura transversal mínima de acuerdo con lo indicado en la Sección 3.6.

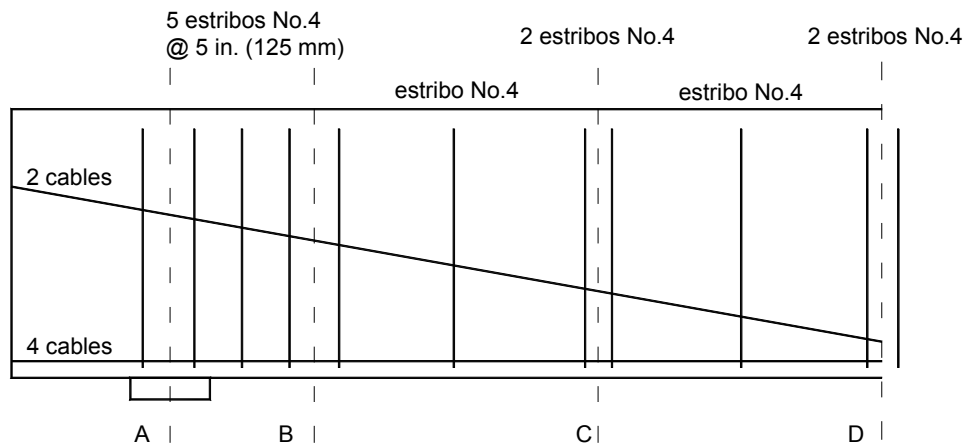


Figura 6-9: Configuración de las armaduras en el extremo de la viga

5 Resumen

Se presenta el diseño de la región del extremo de una viga pretensada según el Apéndice A del Código ACI 318-2002 – Modelos de Bielas y Tirantes. La configuración de los modelos de bielas y tirantes se seleccionaron de manera de representar los efectos de la transferencia de tensiones en los cables, las elevadas tensiones de corte que se producen cerca del apoyo y los efectos de deformar parte de los cables.

El factor más crítico al momento de seleccionar la configuración de los modelos de bielas y tirantes fueron los requisitos sobre longitud de desarrollo y longitud de anclaje de los cables. La ubicación de los nodos se seleccionó con el objetivo de desarrollar modelos que pudieran representar el aumento de la tensión en los cables en función de la longitud de anclaje. Una vez seleccionados los modelos adecuados, se calcularon los esfuerzos internos en los elementos de los reticulados y se verificó que satisficieran los requisitos del Código ACI (2002).

Entre las principales diferencias entre ambos modelos se encuentra el efecto de la componente vertical de la fuerza de pretensado en la viga con cables deformados. El elemento 1 del modelo con cables deformados está sometido a una fuerza de compresión igual a la componente vertical de la fuerza en los cables deformados (Nodo 10, Figura 6-7). El equilibrio de las fuerzas verticales en el Nodo 1 (Figura 6-7) requiere que la fuerza de compresión del elemento 1 se reste de la fuerza de corte de 31,5 kip (140 kN) aplicada en el nodo. En consecuencia, los tirantes verticales y bielas inclinadas del modelo se diseñan para la fuerza de corte en la sección D reducida por la componente vertical de la fuerza de pretensado en los cables deformados.

Otra diferencia importante entre ambos modelos se debe al enfoque usado para modelar el efecto de las tensiones de adherencia sobre las fuerzas en los tirantes. De manera conservadora se asumió que la fuerza en los tirantes es igual a la fuerza mínima que se puede desarrollar en el nodo más próximo al borde de la viga. El resultado de seguir este enfoque fue una diferencia de 24 kip (107 kN) entre las fuerzas F_{D1} y F_{D2} en el Nodo 9 del modelo con cables deformados (Figura 6-7). Esta fuerza de 24 kip, paralela a la orientación de los cables deformados, es resistida por los elementos 11 y 12 del modelo (Figura 6-7). Como la fuerza de compresión en estos dos elementos tiene una componente vertical, provoca un aumento de la tracción en el Tirante 9 (Figura 6-7) y en consecuencia una mayor demanda de armadura vertical. En el modelo con cables horizontales (Figura 6-4) los efectos de la adherencia no son tan significativos dada la interacción entre las bielas inclinadas y los tirantes horizontales. Aunque parecería que los estribos adicionales implican mayores costos en la alternativa con cables deformados, el análisis mediante modelo de bielas y tirantes sólo examina la condición última. La elección final de las armaduras se debe hacer considerando las tensiones en el momento de la relajación y bajo niveles de cargas de servicio.

Ejemplo 6: Viga pretensada

Notación

A_{ps}	sección de armadura pretensada
A_{st}	sección de armadura no pretensada
$A_{v,min}$	mínima sección de armadura de corte en una distancia s
b	ancho de la viga
d_b	diámetro de un cable o barra
f_b	resistencia efectiva de apoyo del hormigón
f_{cu}	resistencia efectiva a la compresión del hormigón en una biela o zona nodal
f_{se}	tensión efectiva en la armadura pretensada
f_y	resistencia a la fluencia de la armadura
f'_c	resistencia a la compresión del hormigón
F_{ns}	resistencia nominal de una biela
F_{nt}	resistencia nominal de un tirante
h_t	altura de un tirante
l_{bp}	longitud de la placa de apoyo
l_d	longitud de desarrollo de las barras
l_{dh}	longitud de desarrollo de un gancho
M_u	momento flector factoreado en el borde de una región D
V_u	esfuerzo de corte factoreado en el borde de una región D
w_u	carga distribuida factoreada que actúa sobre una viga
w_{st}	ancho de una biela
α	ángulo de inclinación de una biela
β_s	factor que toma en cuenta los efectos de la fisuración y la armadura de confinamiento sobre la resistencia efectiva a la compresión del hormigón de una biela
β_n	factor que toma en cuenta los efectos del anclaje de los tirantes sobre la resistencia efectiva a la compresión del hormigón de una zona nodal
Δf_p	aumento de tensión en los tendones de pretensado debido a las cargas factoreadas
ϕ	factor de reducción de la resistencia

Referencias

ACI 318-02: Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2002.

Peterman, R., Ramirez, J., y Olek, J., "*Influence of flexure-shear cracking on strand development length in prestressed concrete members,*" PCI Journal, v. 45, n. 5, Sep. 2000, pp. 76-94.

Ramirez, J., "*Strut-and-Tie Shear Design of Pretensioned Concrete,*" ACI Structural Journal, v. 91, n. 5, Sep.-Oct. 1994, pp. 572-578.